FONDO PIZZOFALCONE

10783

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio

Scaffale

Num.° d' ordine

NAZIONALE

B. Prov.

VITT. EM. III

2523

NAPOLI

B. Pav
I
2523

G0874h8

THÉORIE COMPLETE

DE

LA CONSTRUCTION

ET DE

LA MANŒUVRE

DES VAISSEAUX,

MISE A LA PORTÉE DE CEUX QUI S'APPLIQUENT A LA NAVIGATION.

Par M. LÉONARD EULER.

Nouvelle Edition corrigée & augmentée.

BIBLIOTECA PROVINCIALE NAPOLI

A PARIS, rue Dauphine,

Chez CLAUDE-ANTOINE JOMBERT, fils aîné, Libraire du Roi pour le Génie & l'Artillerie.

M. DCC. LXXVI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

A SON ALTESSE IMPÉRIALE

MONSEIGNEUR

PAUL PETROVITZ,

GRAND-DUC DE TOUTES LES RUSSIES, DUC-RÉGNANT DE SCHLESWIG-HOLSTEIN, GRAND-AMIRAL DE RUSSIE, &c. &c. &c.

MONSEIGNEUR,

LE petit Ouvrage que je prends la liberté de dédier avec le plus profond reſpect à VOTRE ALTESSE IMPÉRIALE, roule ſur un objet qui ſemble ſuffiſamment excuſer ma hardieſſe.

La Science de tout ce qui regarde la Navigation eſt ſans contredit une des plus ſublimes & des plus utiles connoiſſances de l'eſprit humain. Cependant elle a été juſqu'ici preſqu'entiérement négligée, & quoique ce ne ſoit que depuis quarante ans que les Géome-

tres y aient travaillé avec quelque ſuccès, leurs découvertes ſont tellement enveloppées dans les plus profonds calculs, que les Marins n'en ont pu retirer preſqu'aucun fruit.

Je me flatte d'avoir trouvé moyen de mettre toutes leurs recherches à la portée de ceux qui s'appliquent à la Marine, & il n'y a aucun doute qu'une connoiſſance exacte des vrais principes & des raiſons ſur leſquelles ſe fonde la bonté de la conſtruction des vaiſſeaux, ne les mette en état de perfectionner la pratique, & de remédier à tous les défauts qui pourroient encore s'y gliſſer.

L'utilité qui peut réſulter de cet Ouvrage, m'a enhardi à le mettre aux pieds de VOTRE ALTESSE IMPÉRIALE, *& j'oſe eſpérer qu'Elle voudra bien en agréer l'hommage.*

Je ſuis avec le plus profond reſpect,

MONSEIGNEUR.

DE VOTRE ALTESSE IMPÉRIALE,

St. Pétersbourg le 30 Novembre 1773.

Le très-humble & très-obéiſſant ſerviteur,
L. EULER.

AVERTISSEMENT.

CET Ouvrage a été publié en François par M. EULER en 1773. Il contient tout ce que la Théorie du mouvement des Corps & de la réſiſtance des fluides peuvent offrir de principes utiles dans l'art de conſtruire les Vaiſſeaux & de les gouverner. L'illuſtre Auteur de ces Elémens avoit donné il y a long-tems, ſur la Science de la Marine, un grand Ouvrage deſtiné aux Géometres : celui-ci l'eſt ſur-tout aux Marins. Il en a écarté, non-ſeulement les queſtions qui dépendent de principes phyſiques trop peu certains & purement hypothétiques, mais encore les problêmes trop compliqués qui n'auroient pu être réſolus que par de longs calculs ou par une analyſe trop difficile, enfin ce qui ne ſeroit que de pure curioſité. Ici tout eſt certain, utile & ſimple.

Comme un Ouvrage élémentaire ne ſauroit être trop clair, on a cru devoir faire quelques changemens à l'édition originale faite par l'Auteur, & en une langue qui n'eſt pas la ſienne; mais les corrections ſont purement grammaticales.

Les deux Additions qui ſe trouvent à la fin, ſont de M. LEXELL, digne Eleve de M. EULER.

On ſait que ce grand homme preſqu'entiérement privé de la vue, a beſoin que d'autres yeux viennent lui prêter des ſecours. Ses fils & M. LEXELL ſe diſputent cet honneur. Eh! combien peu de Sçavans auroient pu prétendre à fournir des yeux à M. Euler, & à rendre la vieilleſſe de cet homme célebre heureuſe & utile! car ni l'âge, ni les infirmités, ni la multitude de ſes découvertes, qui devroient ce ſemble avoir épuiſé la Science, n'ont pu affoiblir ſon génie; il en a conſervé toute la fécondité & toute la force, & ce qu'il a produit depuis qu'il a perdu l'uſage des yeux, ſuffiroit ſeul pour faire la réputation de pluſieurs Sçavans.

Auſſi-tôt que le Traité que nous annonçons a été connu en France, le Miniſtre à qui le Département de la Marine étoit alors confié, en a ſenti toute l'utilité; il a jugé que pour en rendre l'acquiſition plus facile, il falloit le réimprimer en France; &, d'après le compte qu'il a rendu au Roi du mérite de l'Ouvrage & du génie de l'Auteur, Sa Majeſté l'a récompenſé, par une gratification, du bien que ſes nombreuſes découvertes avoient fait à la Nation Françoiſe comme à toutes les Nations éclairées.

M. DE SARTINE a ſuivi à cet égard les vues de ſon Prédéceſſeur; & c'eſt par les ordres de ce Miniſtre que cette Edition a été faite.

EXTRAIT DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Du 6 Septembre 1775.

MESSIEURS Du Séjour & de la Place, qui avoient été nommés pour examiner deux Ouvrages de M. Euler, dont l'un a pour titre, *Théorie navale*, & l'autre, *Traité d'Artillerie par Robins, avec des notes de M. Euler*, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé que ces Ouvrages déjà connus, & favorablement accueillis du Public, méritoient d'être réimprimés avec l'approbation, & sous le privilege de l'Académie. En foi de quoi j'ai signé le préſent certificat. A Paris le 15 Août 1776.

GRANDJEAN DE FOUCHY, Secrétaire-Perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

ERRATA.

PAGE 15, ligne 15. Or la droite MN &c : *liſez* la droite MN repréſentant, &c.

Page 21, ligne 10, forme : *liſez* force.

Page 52, lignes 4 & 5. On obſervera que les caracteres ϵ & β déſignent la même quantité dans cette page & les ſuivantes.

Page 97, ligne derniere : *effacez* étant.

Page 101, ligne 4, mais dès que l'angle $\phi > \frac{a}{b}$:

liſez mais dès que tang. $\phi > \frac{b}{a}$.

Idem, ligne 7, tang. $\alpha = \frac{a}{b}$: *liſez* tang. $\alpha = \frac{b}{a}$.

Page 106, ligne 9, $\frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{2aa + 2bb}{aa + 2bb}$: *liſez* $\frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{aa + 2bb}{2aa + bb}$

Page 123, ligne 14, CB$c = \epsilon$: *liſez* FB$c = \epsilon$.

Page 162, note, $12\frac{1}{4}$ degrés : *liſez* $11\frac{1}{4}$ degrés.

Page 198, ligne 14, cos. n : *liſez* cot. n.

THÉORIE COMPLETE

DE LA CONSTRUCTION

ET DE LA MANŒUVRE DES VAISSEAUX.

PREMIERE PARTIE.

Où l'on conſidere les Vaiſſeaux en équilibre & en repos.

CHAPITRE PREMIER.

Des Vaiſſeaux en général.

§. I. QUELQUE différentes que ſoient les figures des vaiſſeaux dont on ſe ſert dans la navigation, on y trouve cette propriété générale, que chaque vaiſſeau eſt compoſé de deux parties parfaitement égales & jointes par le milieu, ſelon la longueur du vaiſſeau; enſorte qu'il y a toujours une ſection qui partage le vaiſſeau en deux parties ſemblables & égales. Cette ſection, faite de-

puis la proue juſqu'à la pouppe par le milieu du vaiſſeau, ſera nommée la *ſection diamétrale*, & on appellera *ſtribord* la moitié du vaiſſeau qui ſe trouve à la droite de cette ſection, à l'égard d'un ſpectateur qui, de la pouppe, regarderoit vers la proue; & *bas-bord*, celle qui eſt à la gauche.

§. 2. Puiſque ces deux parties ſont non-ſeulement ſemblables entr'elles, mais qu'on a auſſi ſoin de les charger également des deux côtés, le centre de gravité du vaiſſeau tout entier tombera néceſſairement dans la ſection diamétrale; & il eſt de la derniere importance de connoître exactement le lieu de ce point que nous déſignerons, dans la ſuite, par le nom de *centre de gravité.*

§. 3. Quand le vaiſſeau ſe trouve en équilibre, la ſection diamétrale doit toujours être verticale ou perpendiculaire à l'horizon : outre cela, on peut ſuppoſer une ligne parallele à l'horizon, qui paſſant par le centre de gravité, ſera dirigée depuis la pouppe juſqu'à la proue, & nous nommerons cette ligne l'*axe principal du vaiſſeau ſelon ſa longueur ;* une ligne verticale, menée par le centre de gravité, ſera nommée l'*axe vertical du vaiſſeau ;* enfin une troiſieme ligne perpendiculaire à ces deux axes, qui traverſera le vaiſſeau ſelon ſa largeur,

ſera appellée l'*axe du vaiſſeau ſelon ſa largeur.* C'eſt à ces trois axes qui ſe coupent perpendiculairement dans le centre de gravité, qu'il faut principalement avoir égard lorſqu'il s'agit de déterminer tous les mouvemens dont un vaiſſeau eſt ſuſceptible.

§. 4. On ſait que le centre de gravité eſt le point où ſe réunit le poids du vaiſſeau tout entier, ou par lequel paſſe la moyenne direction de toutes les forces de gravité dont toutes les parties du vaiſſeau ſont animées: donc auſſi-tôt qu'on connoît le poids du vaiſſeau tout entier, on ſait qu'il eſt pouſſé par une force égale à ce poids, & dont la direction ſe trouve préciſément dans l'axe vertical du vaiſſeau, & tend vers le centre de la terre.

§. 5. Après les trois axes dont nous venons de parler, il eſt bon auſſi de conſidérer trois ſections principales de chaque vaiſſeau, dont la premiere eſt celle qui eſt déterminée par l'axe principal ſelon la longueur & par l'axe vertical: d'où il eſt clair que cette ſection eſt la même que celle que nous avons déja nommée la diamétrale. La ſeconde ſection principale eſt déterminée par l'axe ſelon la largeur & par l'axe vertical; elle eſt donc auſſi-bien verticale que la précédente: mais comme elle eſt faite ſelon

la largeur du vaiſſeau, elle eſt nommée la ſection tranſverſale ; enfin la troiſieme ſection principale faite par les deux axes horizontaux, celui de longueur & celui de largeur, ſera auſſi horizontale, & par-tout parallele au niveau de la mer, lorſque le vaiſſeau ſe trouve en équilibre.

§. 6. La conſidération de ces trois ſections principales eſt d'autant plus importante, qu'elle renferme déja une connoiſſance aſſez complete de la figure de tous les vaiſſeaux; car quoique ces trois ſections ne déterminent pas encore la figure du vaiſſeau, & qu'elles puiſſent convenir à une infinité de figures différentes du vaiſſeau entier : cependant toutes ces différences ne ſauroient excéder certaines bornes aſſez étroites ; de ſorte que quelqu'idée que nous nous formions de la figure du vaiſſeau, elle ne ſauroit s'écarter conſidérablement de la vérité.

Fig. 1. §. 7. Pour rendre cela plus clair : que la figure premiere nous repréſente la figure d'un vaiſſeau quelconque, dont IACBK ſoit la ſection diamétrale, ſoit G le centre de gravité du vaiſſeau, par lequel ſoit tiré dans un même plan vertical l'axe ſelon la longueur AGB, & l'axe vertical DGC ; auxquels ſoit mené horizontalement & ſe-

lon la largeur du vaiſſeau, le troiſieme axe EGF qui coupe les deux premiers à angles droits; enſorte que les trois axes principaux ſoient AGB, CGD & EGF. Enſuite, outre la ſection diamétrale & verticale ACB, ſoit AEBF la figure de la ſection horizontale du vaiſſeau faite par le centre de gravité G, & enfin ECF la ſection tranſverſale; il eſt évident que dès que ces trois figures ſeront déterminées, la figure du vaiſſeau tout entier ne pourra plus varier conſidérablement. Cependant, pour connoître exactement cette figure, on n'a qu'à ſe repréſenter quelques autres ſections verticales paralleles à la tranſverſale, tant vers la proue, que vers la pouppe; & plus le nombre de ces ſections ſera grand, plus on approchera de la véritable figure du vaiſſeau. On appelle *gabaris* ces ſections d'un vaiſſeau paralleles à la tranſverſale.

CHAPITRE II.

Sur la flottaiſon du vaiſſeau, ou ſon état d'équilibre en général.

Fig. 2. §. 8. CONSIDÉRONS à préſent notre vaiſſeau nageant ſur l'eau, & ſe trouvant en équilibre. Le point G marque le centre de gravité, & la droite DGC l'axe vertical du vaiſſeau. Il faut d'abord remarquer ici une nouvelle ſection horizontale du vaiſſeau, faite à fleur d'eau : cette ſection eſt repréſentée par la ligne horizontale MHN, par laquelle le vaiſſeau eſt partagé en deux parties, l'une qui ſe trouve hors de l'eau, & l'autre MCN qui eſt enfoncée dans l'eau, qu'on nomme la partie ſubmergée, & quelquefois auſſi le creux du vaiſſeau, ou la carene.

§. 9. Pour juger de cet état d'équilibre où nous ſuppoſons que le vaiſſeau ſe trouve, il faut bien conſidérer toutes les forces qui agiſſent ſur le vaiſſeau ; & d'abord nous avons le propre poids du vaiſſeau tout entier, par lequel le vaiſſeau eſt pouſſé en bas ſelon l'axe vertical GC qui paſſe par le centre de gravité du vaiſſeau. Cette force doit donc être balancée par tous les efforts que l'eau exerce ſur les parois de la partie ſub-

mergée, & par conſéquent il faudroit calculer, pour chaque élément de la ſurface ſubmergée, la preſſion qu'il éprouve de l'eau; ce qui demanderoit des recherches aſſez embarraſſantes, & une longue ſuite de calculs: mais la conſidération ſuivante nous conduira très-facilement à ce but.

§. 10. Comme le vaiſſeau occupe dans l'eau, par ſa partie ſubmergée, la cavité MCN, comparons ce cas avec un autre où la même cavité MCN ſeroit remplie d'eau, ou bien d'une maſſe ſolide de la même denſité, de la même figure & du même volume; & il eſt d'abord évident que cette maſſe d'eau ou cette maſſe ſolide ſe trouvera dans un parfait équilibre avec l'eau qui l'environne; il eſt clair encore que cette maſſe ſoutient, de la part de l'eau environnante, les mêmes efforts que notre vaiſſeau; d'où l'on voit que ces efforts de l'eau balancent le poids de la maſſe d'eau ou de glace, que nous venons de ſubſtituer à la place du vaiſſeau: donc, puiſque ces mêmes efforts ſoutiennent auſſi le poids du vaiſſeau tout entier, il s'enſuit que ce poids eſt préciſément égal au poids d'une maſſe d'eau qui rempliroit la même cavité MCN, ou bien dont le volume ſeroit égal au volume de la partie ſubmergée du vaiſſeau. *Fig.* 3.

§. 11. Voilà donc le premier grand principe ſur lequel eſt fondée la théorie de la flottaiſon des corps qui nagent ſur l'eau; c'eſt-à-dire, que la partie ſubmergée doit toujours égaler en volume une maſſe d'eau qui auroit le même poids que celui du vaiſſeau: & c'eſt par ce principe qu'on détermine le véritable poids d'un vaiſſeau tout entier, en meſurant le volume de ſa partie enfoncée dans l'eau; car alors en comptant 70 livres environ pour chaque pied cubique, on trouvera le poids du vaiſſeau exprimé en livres; mais dans nos recherches il ſera plus convenable d'exprimer le poids de chaque vaiſſeau par le poids d'un volume d'eau égal à la partie ſubmergée.

§. 12. Mais ce ſeul principe ne ſuffit pas pour déterminer l'état d'équilibre du vaiſſeau, il y en faut joindre un autre que nous trouverons auſſi aiſément. Nous n'avons qu'à conſidérer, dans la troiſieme Figure, le centre de gravité de la maſſe d'eau MCN, que nous ſuppoſerons au point O. Cela poſé, on voit que tous les efforts de l'eau environnante ſont en équilibre avec une force égale au poids de la maſſe d'eau MCN, qui agiroit dans la direction perpendiculaire OC de haut en bas. Donc pour que notre vaiſſeau ſoit auſſi en

Fig. 3.

équilibré avec les mêmes efforts, il faut que le centre de gravité du vaiſſeau G ſe trouve dans la même verticale HC, dans laquelle eſt ſitué le point O. Pour cet effet, on n'a qu'à marquer au-dedans du vaiſſeau le point O où ſeroit le centre de gravité de la partie ſubmergée, ſi elle étoit compoſée d'une matiere homogene.

§. 13. Nommons donc, pour abréger, ce point O le centre de la partie ſubmergée, ou bien ſimplement le centre de la carene; & maintenant l'état d'équilibre du vaiſſeau ſera déterminé par ces deux principes : 1°. que la partie ſubmergée doit égaler en volume une maſſe d'eau dont le poids ſoit égal à celui du vaiſſeau; & 2°. que le centre de gravité G, & le centre de la carene O, tombent dans la même ligne verticale HC, qui eſt l'axe vertical du vaiſſeau. Pour ce qui regarde ce point O, il eſt évident qu'il tombe toujours au-deſſous de la ligne d'eau MN, & ſi les coupes horizontales de la partie ſubmergée conſervoient en deſcendant par-tout la même étendue, de ſorte qu'elle eût une figure ou priſmatique ou cylindrique, alors le point O tomberoit dans le milieu de la profondeur HC; mais ſi l'étendue de ces coupes diminuoit uniformément en deſcendant, & qu'elle ſe termi-

nât enfin à une ligne droite tirée par C, égale & parallele à MN, alors l'élévation du point O, ou bien l'intervalle CO ſeroit les deux tiers de toute la profondeur OH; mais ſi la même partie ſubmergée ſe terminoit dans une pointe en C comme une pyramide renverſée, alors l'intervalle CO ſeroit les trois quarts de la profondeur HC. Quant au centre de gravité G, il peut arriver qu'il tombe ou au-deſſus de la ligne d'eau MN, ou au-deſſous, ſelon que la charge ſera diſtribuée dans le vaiſſeau. Ainſi dans les vaiſſeaux de guerre, où les canons, qui conſtituent une grande partie du poids, doivent être tous élevés au-deſſus de l'eau, le centre de gravité G ſe trouvera au-deſſus de la ſurface de l'eau.

CHAPITRE III.

Sur les efforts de l'eau pour arquer le vaiſſeau.

§. 14. QUAND nous avons dit que les preſſions de l'eau ſur la partie ſubmergée du vaiſſeau contrebalancent ſa peſanteur, nous avons ſuppoſé que les différentes parties du vaiſſeau ſont ſi étroitement liées enſemble, que les forces qui agiſſent ſur elles ne

ſont pas capables de les arquer ou courber; & l'on comprend aiſément que ſi la liaiſon des parties n'étoit pas aſſez forte, le vaiſſeau riſqueroit ou d'être briſé en pieces, ou de ſouffrir un changement dans ſa figure.

§. 15. Le vaiſſeau ſe trouve dans un état ſemblable à celui d'une verge AB, qui, étant ſollicitée par les forces A*a*, C*c*, D*d*, B*b*, peut bien être ſoutenue en équilibre, ſi elle a une roideur ſuffiſante: mais ſi elle eſt ſujette à ſe plier, on voit qu'elle ſe courbera vers le haut, ſon milieu obéiſſant aux forces C*c* & D*d*, pendant que ſes extrêmités ſont actuellement tirées en bas par les forces A*a* & B*b*. *Fig.* 4.

§. 16. C'eſt dans un état ſemblable que le vaiſſeau ſe trouve ordinairement; & comme des efforts ſemblables agiſſent continuellement tant que le vaiſſeau flotte ſur l'eau, il n'arrive que trop ſouvent qu'il en éprouve enfin le funeſte effet de s'arquer par la quille. Il eſt donc bien important de rechercher la véritable cauſe de cet accident.

§. 17. Pour cet effet, concevons le vaiſſeau partagé en deux parties par une ſection tranſverſale faite ſelon l'axe vertical du vaiſſeau, dans lequel ſe trouve tant le *Fig.* 5.

centre de gravité de tout le vaiſſeau G, que le centre de la partie ſubmergée O : enſorte que l'une de ces deux parties repréſente la proue, & l'autre la pouppe, que nous conſidérerons chacune ſéparément. Soit donc pour la proue, g le centre de gravité du poids entier de cette partie, & o le centre de la partie ſubmergée qui lui répond. De la même maniere ſoit γ le centre de gravité de toute la pouppe, & ω le centre de ſa partie ſubmergée.

§. 18. Maintenant il eſt clair que la proue ſera ſollicitée par les deux forces gm, & on, la premiere tirant en bas, & la ſeconde pouſſant vers le haut. De la même maniere la pouppe ſera tirée en bas par la force $\gamma\mu$, & pouſſée en haut par la force $\omega\nu$. Or ces quatre forces ſe maintiendront en équilibre, auſſi-bien que les forces totales réunies dans les points G & O, qui leur ſont équivalentes. Mais auſſi long-tems que ni les forces de l'avant, ni celles de l'arriere ne tombent pas dans la même direction, le vaiſſeau aura à ſoutenir des efforts dont l'effet eſt d'arquer la quille vers le haut, ſi les deux points o, ω ſont plus voiſins du milieu que les deux autres forces gm & $\gamma\mu$. Un effet contraire arriveroit ſi les points o & ω étoient plus éloignés du milieu que les points g & γ.

§. 19. Or le premier de ces deux cas a ordinairement lieu dans preſque tous les vaiſſeaux, leur creux ayant ſa plus grande largeur vers le milieu, & devenant de plus en plus mince vers les extrêmités, pendant que les charges du vaiſſeau ſont à proportion beaucoup plus conſidérables vers les extrêmités qu'au milieu. D'où l'on voit que plus cette différence ſera grande, plus les forces qui tendent à arquer la quille vers le haut agiront avec efficacité. C'eſt ce qu'on ne peut ſe diſpenſer de conſidérer pour déterminer la force qu'il faut donner à cette partie du vaiſſeau pour prévenir cet effet.

§. 20. Si les autres circonſtances permettoient, ou de charger davantage le vaiſſeau par le milieu, ou de donner à la partie ſubmergée plus de creux vers la proue & la pouppe, un tel effet ne ſeroit plus à craindre. Mais la deſtination de la plupart des vaiſſeaux s'oppoſe à un tel arrangement: de ſorte qu'il ne reſte d'autres moyens que de renforcer la quille autant qu'il le faut pour prévenir ce funeſte effet.

CHAPITRE IV.

Sur les trois différentes eſpeces d'équilibre.

§. 21. APRÈS avoir établi les conditions de l'équilibre d'un corps flottant, voyons ce qui doit arriver lorſque le vaiſſeau eſt tant ſoit peu détourné de ſon état d'équilibre. Nous ſuppoſerons d'abord que l'inclinaiſon du vaiſſeau, relativement à ſa ſituation naturelle, eſt extrêmement petite, & de cette ſuppoſition nous tirerons les concluſions néceſſaires pour bien juger de ſon état d'équilibre; car pour ce qui regarde les grandes inclinaiſons qui pourroient devenir dangereuſes à un vaiſſeau, cela demande des recherches particulieres.

§. 22. Dès qu'un vaiſſeau ſe trouve tant ſoit peu incliné ou déplacé de ſon état d'équilibre, il eſt clair que trois cas peuvent avoir lieu: 1°. ou le vaiſſeau reſte dans cet état incliné; & dans ce cas, on dit que l'équilibre eſt indifférent: 2°. ou il ſe rétablit dans ſa ſituation précédente, & ſon équilibre ſera permanent; c'eſt-à-dire, qu'il ſera doué d'une ſtabilité qui peut être plus ou moins grande ſelon les circonſtances: ou enfin 3°. le vaiſſeau s'incline de plus en

plus, & ſe renverſe entiérement. Un tel équilibre eſt ſemblable à celui d'une aiguille qu'on auroit miſe ſur ſa pointe, & qui tombe auſſi-tôt qu'elle reçoit la moindre impreſſion. Un tel équilibre eſt nommé chancelant. On voit que ni ce dernier cas, ni le premier, ne ſauroient être admis dans les vaiſſeaux; & que dans le ſecond cas, il faut de plus, que la ſtabilité ſoit ſuffiſante.

§. 23. Pour jetter dans nos recherches toute la clarté dont le ſujet eſt ſuſceptible, conſidérons un vaiſſeau quelconque dans ſon état d'équilibre, dont le centre de gravité ſoit G, & O le centre de la partie ſubmergée: or la droite MN repréſente la ſection faite au niveau d'eau; de ſorte que la ligne GO eſt verticale. Maintenant ſuppoſons le vaiſſeau incliné, enſorte que la ligne *m n* ſoit devenue horizontale, ou ſe trouve à la ſurface de l'eau, & que par conſéquent la partie ſubmergée ſoit *m*D*n*, le vaiſſeau vers M ſe trouvant plus enfoncé de la partie M*m*, pendant que de l'autre côté vers N, il eſt moins enfoncé de la partie N*n*. Concevons outre cela, que la nouvelle partie ſubmergée *n*D*m* ait la même étendue que celle de l'état d'équilibre; vu que c'eſt la premiere condition requiſe pour cet état. *Fig.* 6.

§. 24. Par ce changement le centre de gravité du vaiſſeau occupera encore dans la figure le même point G; mais il n'en eſt pas de même du centre du creux, qui vient d'être augmenté du côté M, & diminué du côté N : ce centre a été néceſſairement tranſporté vers le côté M. Suppoſons-le en *o*. La ligne *mn* étant à préſent horizontale, qu'on y mene les verticales G γ, *o* ω; cela poſé, il eſt clair que ſi les deux points γ & ω ſe trouvoient réunis, les deux centres G & *o* tomberoient encore dans la même ligne verticale; & partant, le vaiſſeau ſe trouveroit encore en équilibre : ce qui eſt le premier cas rapporté ci-deſſus d'un équilibre indifférent. De-là on voit encore que ce cas ne ſauroit avoir lieu, que quand le point G eſt conſidérablement élevé au-deſſus du point O.

§. 25. Conſidérons en ſecond lieu le cas repréſenté dans la figure, où le point γ eſt plus près de la verticale GO, que le point ω. Puiſque le vaiſſeau eſt à préſent ſollicité en bas ſelon la direction G γ, & pouſſé en haut par une force égale dans la direction *o* ω, il eſt clair que la partie vers M doit s'élever & ſortir de l'eau; c'eſt-à-dire, que le vaiſſeau ſe remettra dans ſon état d'équilibre précédent. C'eſt le ſecond des cas énoncés précédemment,

demment, celui d'un équilibre permanent, dont la ſtabilité ſera d'autant plus grande, que les deux points γ & ω ſeront plus éloignés l'un de l'autre : on n'a qu'à regarder la figure pour s'aſſurer que plus le centre de gravité G eſt bas, plus la ſtabilité devient grande.

§. 26. Enfin le troiſieme cas d'un équilibre chancelant aura lieu lorſque le point γ ſe trouve plus près de l'extrêmité *m* que le point ω ; car alors les deux forces ſe réuniront pour enfoncer davantage la partie M*m* ; enſorte que le vaiſſeau en doit être tout-à-fait renverſé. Ce cas eſt donc d'autant plus à craindre, que le centre de gravité G ſe trouve plus élevé au-deſſus du fond du vaiſſeau ; mais on verra bientôt qu'outre les deux centres G & O, la figure & l'étendue de la ſection du vaiſſeau, faite à fleur d'eau, entrent ici principalement en conſidération.

§. 27. Dans la figure nous avons repréſenté cette inclinaiſon comme étant faite de la pouppe N vers la proue M, ou bien autour de l'axe tranſverſal du vaiſſeau ; mais il eſt évident que la même figure peut être appliquée au cas où le vaiſſeau eſt incliné d'un côté vers l'autre, ou autour de l'axe tiré ſuivant la longueur du vaiſſeau ; & de-

là on comprend aiſément que pour bien juger de l'état d'équilibre d'un vaiſſeau, il faut étendre les recherches à l'un & à l'autre axe : car il pourroit bien arriver qu'un vaiſſeau eût aſſez de ſtabilité à l'égard d'un de ces deux axes, pendant que ſon équilibre, à l'égard de l'autre, pourroit être indifférent, ou même chancelant. Mais il eſt en même tems certain que ſi un vaiſſeau a un degré ſuffiſant de ſtabilité par rapport aux deux axes mentionnés, il en aura auſſi un ſuffiſant par rapport à tous les autres axes intermédiaires, autour deſquels le vaiſſeau pourroit recevoir quelque inclinaiſon.

CHAPITRE V.

Sur la maniere de ramener la ſtabilité à une meſure déterminée.

§. 28. DE ce que nous venons de dire, on comprend déjà comment la ſtabilité d'un vaiſſeau peut être plus grande ou plus petite que celle d'un autre : mais pour nous en former une idée juſte & déterminée, le meilleur moyen eſt de voir quelle force il faudroit appliquer à un vaiſſeau pour le maintenir dans l'état d'une inclinaiſon donnée. On voit bien qu'il ne s'agit pas ici d'une force abſolue, vu que des forces très-

différentes pourroient produire le même effet, étant appliquées à des points différens ; & il eſt clair qu'il faut ici ſous-entendre le moment de forces, pris à l'égard de l'axe autour duquel l'inclinaiſon s'eſt faite.

§. 29. Or l'axe de l'inclinaiſon pour un vaiſſeau eſt toujours une ligne horizontale tirée par le centre de gravité du vaiſſeau tout entier. La méchanique nous enſeigne qu'une force dont la direction paſſe par le centre de gravité d'un corps quelconque, ne lui imprime aucun mouvement angulaire, mais qu'elle eſt uniquement employée à produire un mouvement progreſſif ; donc, pour imprimer au vaiſſeau une inclinaiſon autour d'un axe horizontal, tiré par ſon centre de gravité, ou pour maintenir le vaiſſeau dans un tel état d'inclinaiſon, il faut que la force qu'on y emploie fourniſſe un moment par rapport à l'axe ſuſdit ; & l'on ſait qu'on trouve l'expreſſion d'un tel moment en multipliant la force par ſa diſtance à l'axe de l'inclinaiſon. D'où l'on comprend que plus cette diſtance ſera grande, plus la force elle-même pourra être petite, ſans que l'effet ceſſe d'être le même.

§. 30. Pour mieux éclaircir tout ceci, ſoit le point G le centre de gravité du vaiſ- *Fig. 7.*

ſeau, & que la ligne AB en repréſente la ſection faite à fleur d'eau lorſque le vaiſſeau ſe trouve en équilibre; mais que, par quelque cauſe que ce ſoit, le vaiſſeau ait été incliné enſorte que la ligne *ab* ſe trouve dans la ſurface de l'eau, l'angle de l'inclinaiſon étant le petit angle AI*a* = BI*b*, que nous nommerons = *i*, & la partie ſubmergée étant par conſéquent la portion *a*L*b*. Maintenant que la ligne perpendiculaire HGL repréſente un mât fixé dans le vaiſſeau, & qu'on lui applique au-deſſus du point G en H une force HK capable de maintenir le vaiſſeau dans cet état incliné; nous nommerons cette force K; & puiſque l'intervalle GH repréſente la diſtance de cette force au point G, ou plutôt à l'axe de l'inclinaiſon, le moment de cette force, que nous cherchons, ſera exprimé par le produit K × GH. C'eſt le moment de force qui doit être égal aux efforts du vaiſſeau même, pour ſe rétablir dans ſon état d'équilibre.

§. 31. Il eſt clair que ce moment de force doit dépendre non-ſeulement de toutes les circonſtances du vaiſſeau & de l'axe autour duquel ſe fait l'inclinaiſon, mais auſſi & principalement de la grandeur de l'inclinaiſon même, que nous avons indiquée par l'angle AI*a* = *i*; & comme nous

ſuppoſons cet angle *i* extrêmement petit, il eſt aiſé de voir que le moment en queſtion doit être proportionnel au ſinus de cet angle : car plus cet angle augmente, plus la force du vaiſſeau, pour ſe rétablir en équilibre, doit augmenter auſſi. Par conſéquent le moment de force requis pour maintenir le vaiſſeau dans ſon état incliné, aura toujours une telle forme S. *t.* ſin. *i*; S exprimant une certaine forme abſolue, *t* une certaine ligne, & ſin. *i* le ſinus de l'angle *i*, en ſuppoſant le ſinus total = 1.

§. 32. Or quand on parle de la ſtabilité d'un vaiſſeau par rapport à un certain axe horizontal tiré par ſon centre de gravité G, l'idée qu'on s'en forme ne renferme point celle de la quantité de l'inclinaiſon, la même idée devant ſe rapporter auſſi-bien à l'état de l'équilibre même, qu'à toutes les inclinaiſons poſſibles. Pour fixer cette idée, nous n'avons donc qu'à omettre dans la formule rapportée le facteur ſin. *i*, de ſorte que le produit S. *t* ſera employé pour exprimer ce que nous entendons par le terme de ſtabilité. La ſtabilité aura donc pour expreſſion le produit d'une certaine force, ou bien d'un poids S multiplié par une certaine ligne *i*.

§. 33. Cette formule eſt donc très-pro-

pre à nous donner une idée juſte & nette de la ſtabilité des vaiſſeaux, & elle nous met en état de comparer exactement entr'eux les degrés de ſtabilité qui peuvent convenir à différens vaiſſeaux; enſorte que nous pourrons prononcer que la ſtabilité d'un tel vaiſſeau eſt deux, trois ou pluſieurs fois plus grande, ou plus petite, que celle d'un autre, ſans avoir égard à la quantité de l'inclinaiſon même que le vaiſſeau aura ſoufferte.

§. 34. Ayant ainſi fixé l'idée de la ſtabilité de quelque vaiſſeau que ce ſoit, par rapport à un axe horizontal quelconque, idée compriſe dans la formule $S.\ t$, rien n'eſt plus facile que de déterminer pour une inclinaiſon quelconque i, le moment de force requis pour maintenir le vaiſſeau dans cet état incliné, ou bien celui avec lequel le vaiſſeau même s'efforce de ſe rétablir en équilibre: car on n'a qu'à multiplier cette formule $S.\ t$ par le ſinus de l'angle i, & alors le produit $S.\ t.\ \text{ſin.}\ i$, exprimera ce moment qu'on cherche. Ainſi, par exemple, ſi l'inclinaiſon étoit d'un degré, puiſque le ſinus de cet angle eſt à-peu-près $\frac{1}{57}$ du ſinus total 1, le moment de force cherché ſera $\frac{1}{57}.\ S.\ t.$

§. 35. Connoiſſant cette valeur de la ſta-

bilité S. t, il ſera aiſé de déterminer l'inclinaiſon à laquelle un moment de force quelconque, rapporté au même axe, ſera capable de faire pancher le vaiſſeau. Car ſoit cette force HK = K, ſa diſtance GH à l'axe d'inclinaiſon = k; & partant, le moment de cette force = Kk, on aura Kk = S. t. ſin. i. D'où l'on tire ſin. $i = \frac{K.k}{S.t}$; de ſorte que le moment de force propoſé K. k, diviſé par la ſtabilité, nous fournit le ſinus de l'inclinaiſon cherchée; & partant, l'inclinaiſon même i. *Fig. 7.*

§. 36. Comme nous ne conſidérons ici que des inclinaiſons extrêmement petites, & que d'ailleurs la ſûreté de la navigation exige que les vaiſſeaux ne ſoient jamais expoſés à des inclinaiſons trop grandes; il faut que la ſtabilité S. t ſoit toujours pluſieurs fois plus grande que les plus grands momens de forces K. k, auxquels les vaiſſeaux peuvent en effet être expoſés. De-là s'enſuit une regle de la derniere importance dans la conſtruction des vaiſſeaux, qu'il faut toujours procurer au vaiſſeau un degré de ſtabilité, tel qu'il ſoit pluſieurs fois plus grand que les plus grands efforts que le vaiſſeau aura à ſoutenir; ainſi, ſi l'on exigeoit que l'inclinaiſon ne ſurpaſsât jamais dix degrés, dont le ſinus eſt environ $\frac{1}{6}$, il

faut que la ſtabilité ſoit au moins ſix fois plus grande que les efforts que le vaiſſeau aura à ſoutenir.

§. 37. Après ces développemens de l'idée de la ſtabilité, il ne reſte qu'à rechercher pour tous les vaiſſeaux la véritable valeur de notre formule ſuppoſée S. *t*. Pour y parvenir, il faut examiner avec ſoin toutes les circonſtances qui peuvent contribuer à augmenter ou à diminuer la ſtabilité des vaiſſeaux. C'eſt ce que nous tâcherons de mettre devant les yeux des Lecteurs auſſi clairement qu'il nous ſera poſſible, cette recherche exigeant ordinairement des raiſonnemens extrêmement compliqués. Ce ſera le ſujet du Chapitre ſuivant.

CHAPITRE VI.

Sur la détermination de la ſtabilité des vaiſſeaux.

§. 38. LES efforts d'un vaiſſeau incliné, pour ſe remettre en équilibre, proviennent uniquement de toutes les preſſions élémentaires que la partie ſubmergée éprouve de la part des eaux qui l'environnent. La gravité du vaiſſeau même n'y contribue abſolument point, puiſque ſa moyenne direc-

tion paſſe par le centre de gravité, & ne fournit par conſéquent aucun moment de force pour ſon rétabliſſement. Or nous avons vu que toutes les preſſions élémentaires contrebalancent exactement le poids d'une maſſe d'eau qui occuperoit le volume de la partie ſubmergée du vaiſſeau; nous n'avons donc qu'à regarder la partie ſubmergée comme une maſſe d'eau dont toutes les parties ſeroient pouſſées verticalement en haut avec autant de force que leur gravité les porte en bas.

§. 39. Cela poſé, concevons qu'un vaiſſeau dont la partie ſubmergée dans l'état d'équilibre étoit la portion ALB, ſoit tellement incliné que ſa partie ſubmergée ſoit à préſent *a*L*b*, & conſidérons ce volume comme rempli d'eau. Nous n'avons donc qu'à chercher combien de force chaque particule de ce volume, étant pouſſée en haut avec une force égale à ſon poids, exerceroit pour rétablir le vaiſſeau; & pour cet effet il ne faut que chercher le moment de chacune de ces forces par rapport à l'axe autour duquel l'inclinaiſon a été faite. Cet axe eſt toujours, comme nous avons vu, une ligne horizontale tirée par le centre de gravité du vaiſſeau G, que nous enviſagerons ici comme perpendicu- *Fig. 7.*

laire au plan de la figure qui repréſente une ſection verticale faite par le centre de gravité G.

§. 40. Pour déterminer plus aiſément toutes ces forces élémentaires, décompoſons tout le volume ſubmergé *a*L*b*, enſorte qu'il contienne premiérement la partie ſubmergée dans l'état d'équilibre ALB; en ſecond lieu le volume angulaire AI*a* qu'il faut y ajouter ; & troiſiémement le volume angulaire BI*b* qu'il en faut ſouſtraire pour avoir le volume ſubmergé *a*L*b*. Cherchons enſuite combien de force fournit chacune de ces trois portions pour faire tourner le vaiſſeau autour de l'axe mentionné ; & nous n'aurons plus qu'à ajouter enſemble les forces, ou plutôt les momens de forces qui réſultent des deux premieres portions, & à retrancher de leur ſomme le moment de force qui réſulte de la derniere portion.

§. 41. Commençons donc par conſidérer la maſſe d'eau qui rempliſſoit l'eſpace ALB, dont nous ſavons déjà que le centre de gravité ſe trouve au point O. Il eſt clair que nous pouvons concevoir toute cette maſſe d'eau comme réunie dans le point O, & pouſſée verticalement en haut avec une

force égale à ſon propre poids. Or le poids de cette maſſe ALB étant égal au poids du vaiſſeau tout entier, ſi nous nommons ce poids = M, la force appliquée en O, & qui pouſſe le vaiſſeau verticalement en haut, ſera = M. Tirons maintenant du point O à la ligne *ab* devenue horizontale, la perpendiculaire O*m*, laquelle ſera par conſéquent verticale, & la direction de la force M. Pour trouver ſon moment, il n'eſt donc queſtion que de tirer du point G ſur cette ligne O*m* prolongée, la perpendiculaire G*v*, & le moment de cette force ſera = M. G*v*. Mais la ligne OG qui étoit verticale dans l'état d'équilibre, eſt par conſéquent perpendiculaire à la ligne AB, la ligne O*v* eſt perpendiculaire à la ligne *ab*; l'angle GO*v* eſt donc égal à l'angle de l'inclinaiſon AI*a*, que nous nommons *i*: donc la ligne G*v*, diviſée par la diſtance OG, donnera le ſinus de l'angle *i*; ou bien on aura G*v* = OG. ſin. *i*. Par conſéquent le moment de cette force ſera = M. OG. ſin. *i*.

§. 42. Voilà donc déjà le moment de force qui réſulte de la portion d'eau ALB, que nous venons de trouver = M. OG. ſin. *i*; M exprimant le poids du vaiſſeau tout entier, & la ligne OG l'élévation du

centre de gravité G au-deſſus du centre du creux O dans l'état d'équilibre. Mais comme cette force pouſſe en haut ſelon la direction O*v*, il eſt évident qu'elle tend à augmenter l'inclinaiſon, ou à plonger davantage la partie AL; enſorte que cette force eſt contraire au rétabliſſement du vaiſſeau dans l'état d'équilibre. Il ſuit de-là que, ſi les deux autres portions d'eau AI*a* & BI*b*, que nous avons encore à conſidérer, ne fourniſſoient pas un moment de force en ſens contraire & plus grand que celui-ci, le vaiſſeau n'auroit aucune ſtabilité, & la moindre inclinaiſon le renverſeroit tout-à-fait. On ſuppoſe dans tout ceci que le point G eſt plus élevé que le point O, comme il eſt repréſenté dans la figure: car ſi le point G tomboit au-deſſous du point O, alors le moment de cette force tendroit, en ſens contraire, à rétablir le vaiſſeau dans ſon état d'équilibre. Mais ce cas ne ſauroit preſque jamais avoir lieu dans les vaiſſeaux.

§. 43. Conſidérons à préſent la portion d'eau qui ſe trouve dans l'eſpace angulaire AI*a*; & puiſqu'il faut avoir égard à toutes les particules d'eau qui ſe trouvent dans cet eſpace, concevons dans la ſection à la ſurface de l'eau AB, qui répond à l'état d'équilibre, une particule quelconque PP ex-

trêmement ou quasi infiniment petite, & sur cette particule comme base, imaginons la petite colonne PP*pp* terminée dans la présente section *ab*, & qui lui soit perpendiculaire. Or, puisque nous supposons aussi l'inclinaison *i* infiniment petite, cette colonne pourra être regardée comme perpendiculaire sur la ligne AB: la hauteur P*p* de cette colonne sera donc = IP. sin. *i*, & sa solidité = PP. IP. sin. *i*; laquelle représente le volume d'eau contenu dans cette colonne, dont il faut trouver le poids. Pour y parvenir, supposons le volume ALB de la partie submergée du vaisseau requise pour l'équilibre = V; puisque le poids d'un tel volume d'eau égale précisément le poids M du vaisseau, nous n'avons qu'à faire cette proportion : comme le volume V est au poids M, ainsi le volume de la colonne PP*pp* à son poids, qui sera par conséquent $= \frac{M}{V}$. PP. IP. sin. *i*. Or au lieu de cette expression, nous mettrons, pour abréger, la lettre T, de sorte que $T = \frac{M}{V}$. PP. IP. sin. *i*.

§. 44. Ayant trouvé le poids de cette petite colonne d'eau PP*pp*, qui est = T, la force qui en résultera est dirigée en haut & perpendiculaire à la ligne I*a*. Pour en trouver le moment, ayant abaissé du point

G ſur la ligne *ab* la perpendiculaire G*g*, il eſt clair que ce moment ſe trouvera en multipliant la force T par la diſtance *pg*, de ſorte que le moment en queſtion ſera = T. *pg*: ou bien, puiſque *pg* = I*p* + I*g*, & que la ligne I*p* eſt preſque égale à la ligne IP, à cauſe de l'angle *i* infiniment petit, ce moment de force ſera repréſenté par ces deux parties T. IP + T. I*g*; & cette force tend évidemment à diminuer l'inclinaiſon, & à rétablir l'équilibre. Suivant donc le même procédé pour toutes les particules PP, qu'on peut concevoir dans la ſection à fleur d'eau depuis I juſqu'en A, la ſomme de toutes ces formules jointes enſemble donnera le moment de force qui réſulte de la portion d'eau contenue dans l'eſpace angulaire AI*a*. Ces ſommes pourront donc être repréſentées, ſelon l'uſage reçu dans l'analyſe, de cette façon $\int$T. IP + $\int$ T. I*g*; & cette formule exprimera le moment total de forces, réſultant de la portion d'eau AI*a*, pour rétablir le vaiſſeau dans ſon état d'équilibre.

§. 45. Conſidérant de la même maniere l'eſpace BI*b*, comme rempli d'eau, & prenant ſur la ſection IB un élément quelconque QQ; ſoit QQ*qq* la petite colonne qui lui répond, & qu'on peut regarder comme

perpendiculaire tant à AIB qu'à *a*I*b*, la ſolidité de cette colonne ſe trouvera comme ci-deſſus = QQ. IQ. ſin. *i*: d'où ſon poids ſera = $\frac{M}{V}$. QQ. IQ. ſin. *i* = U, en mettant la lettre U pour déſigner ce poids. C'eſt donc à ce poids que la force de cette colonne ſera égale, & puiſqu'elle agit verticalement en haut, ſon moment, par rapport à l'axe de l'inclinaiſon, ſera = U.*qg*; ou parce que *qg* = I*q* — I*g*, & que I*q* = IQ, ce moment deviendra égal à U. IQ — U. I*g*. Le moment de toutes ces forces jointes enſemble ſera donc exprimé ainſi ∫U. IQ — ∫U. I*g*; & comme cette force eſt appliquée de l'autre côté du point G, ſon effet tendra à augmenter l'inclinaiſon : mais puiſque cette portion BI*b* doit être retranchée des deux portions précédentes, ſon effet doit être pris négativement; & partant, le vaiſſeau éprouvera de la part de cette portion un moment de force tendant à le rétablir en ſon état d'équilibre, & la valeur de ce moment eſt telle que nous venons de la trouver.

§. 46. Joignons à préſent enſemble les momens de forces qui réſultent des deux eſpaces angulaires AI*a* & BI*b*, & nous obtiendrons cette expreſſion compoſée de 4 termes ∫T. IP + ∫T. I*g* + ∫U. IQ — ∫U. I*g*.

Nous examinerons d'abord le ſecond & le quatrieme, l'un & l'autre renfermant le même intervalle Ig, qui demeure toujours le même pendant que les points P & Q parcourent les eſpaces IA & IB; ces deux termes peuvent donc être repréſentés en cette ſorte Ig. $\int$T — Ig. $\int$U. Mais, puiſque T déſigne le poids de la colonne PP*pp*, la formule $\int$T exprimera le poids de la maſſe d'eau contenue dans l'eſpace AI*a*. De la même maniere $\int$U exprimera le poids de l'eau contenue dans l'eſpace BI*b*; par conſéquent, puiſque la partie ſubmergée *a*L*b* dans l'état incliné, eſt égale à celle qui répond à l'équilibre ALB, les deux ſuſdites portions $\int$T & $\int$U ſeront égales entr'elles, de ſorte que le ſecond & le quatrieme termes ſe détruiſent mutuellement. Il ſuit de là que le moment de force qui réſulte de ces deux eſpaces angulaires AI*a* & BI*b* ſe réduit à cette expreſſion $\int$T. IP + $\int$U. IQ; d'où l'on doit ſouſtraire celui qu'a fourni la premiere portion qui étoit M. OG. ſin. *i*, pour avoir le moment total de la force qui tend à rétablir l'équilibre.

§. 47. Remettons à préſent à la place les lettres T & U leurs valeurs, qui ſont $T = \frac{M}{V}$. PP. IP. ſin. *i*, & $U = \frac{M}{V}$. QQ. IQ. ſin.

ſin *i*. Or, les quantités $\frac{M}{V}$ & ſin. *i*, demeurant les mêmes, pendant qu'on fait parcourir aux points P & Q les eſpaces IA & IB, ces deux formules peuvent être repréſentées en cette ſorte : $\frac{M}{V}$. ſin. *i*. $\int$PP. IP^2 + $\frac{M}{V}$. ſin. *i*. $\int$QQ. IQ^2 ; & partant le moment entier pour rétablir le vaiſſeau, ſera $\frac{M}{V}$. ſin. *i*. ($\int$PP. IP^2 + $\int$QQ. IQ^2) — M. OG. ſin. *i*. Telle eſt la valeur de la formule *St* ſin. *i*, que nous avons ſuppoſée dans le Chapitre précédent. Nous n'avons donc qu'à diviſer l'expreſſion trouvée par ſin. *i*, pour avoir la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à l'axe propoſé : cette ſtabilité aura par conſéquent pour expreſſion cette formule : $\frac{M}{V}$. ($\int$PP. IP^2 + $\int$QQ. IQ^2) — M. OG, dont le premier membre dépend principalement de la ſection d'eau AB, & de ſa figure. C'eſt ce que nous développerons plus ſoigneuſement dans le Chapitre ſuivant, où nous traiterons de la nature de cette formule $\int$PP. IP^2 + $\int$QQ. IQ^2, ſous le titre du moment de la ſection d'eau.

CHAPITRE VII.

Sur le moment de la ſection d'eau d'un vaiſſeau.

§. 48. EN traitant ce ſujet comme nous
Fig. 7. venons de faire, nous avons conſidéré les deux ſections d'eau AB & *ab*, qui conviennent à l'équilibre & à l'état incliné du vaiſſeau, comme de ſimples lignes, & leur interſection I comme un point. Notre objet en cela, a été de ne pas trop embrouiller la figure, & de ne pas fatiguer l'imagination; mais ces deux ſections ſont en effet des ſurfaces planes; leur interſection eſt donc une ligne droite, horizontale & parallele à l'axe autour duquel ſe fait l'inclinaiſon: on doit donc concevoir cette ligne comme perpendiculaire au plan de la figure & paſſant par le point I. Cela poſé, il eſt clair que les formules $\int PP.\ IP^2$ & $\int QQ.\ IQ^2$ expriment les ſommes de tous les élémens qui rempliſſent la ſection à fleur d'eau AB, multipliés chacun par le quarré de ſa diſtance à ladite interſection.

§. 49. Enſuite, puiſque nous ſuppoſons les deux eſpaces angulaires AI*a* & BI*b* égaux entr'eux, il eſt évident que la commune interſection doit paſſer par le centre

de gravité de la ſection du vaiſſeau, faite à fleur d'eau, que nous nommons ſimplement ſection d'eau. Soit donc cette ſection d'eau repréſentée par la figure ACBD, dont la ligne AB eſt le diametre, paſſant de la proue A à la pouppe B. C'eſt dans cette ligne que ſe trouvera le centre de gravité de cette ſurface plane. Suppoſons que le point I ſoit ce centre, & qu'on tire par ce point la droite MN parallele à l'axe autour duquel ſe fait l'inclinaiſon. Pour trouver le moment de la ſection d'eau par rapport à cet axe, on n'a qu'à conſidérer une particule ou un élément quelconque Z, & le multiplier par le quarré de ſa diſtance à l'axe MN, ou bien par ZX^2; & la ſomme de tous ces produits, priſe par toute la figure ACBD de part & d'autre de l'axe MN, nous donnera le moment cherché que nous avons exprimé auparavant par la ſomme de ces deux formules $\int PP.\ IP^2 + \int QQ.\ IQ^2$. Nous pourrons donc à préſent le repréſenter par la formule plus abrégée $\int Z.\ ZX^2$; & la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à l'axe propoſé, ſera $= \frac{M}{V} \cdot \int Z.\ ZX^2 - M.\ OG$, M déſignant le poids du vaiſſeau tout entier, V le volume de ſa partie ſubmergée, & OG l'élévation du centre de gravité G, au-deſſus du centre du creux O. *Fig. 8.*

§. 50. On voit bien que le vaiſſeau peut s'incliner de façon que la ligne MN demeure immobile, pendant que la portion MAN ſe plonge dans l'eau, & que l'autre s'éleve au-deſſus ; & comme cette ligne MN paſſe toujours par le centre de gravité I de la ſection d'eau, ce point ſera préciſément le point d'appui que M. *de la Croix* a cherché autrefois avec tant de ſoin. Cela n'eſt pas contraire à la maniere dont nous enviſageons la choſe, quand nous rapportons toutes les inclinaiſons à des axes horizontaux qui paſſent par le centre de gravité G ; car nous n'avons pas ajouté que le centre de gravité G demeure immobile pendant l'inclinaiſon. Or c'eſt une vérité reconnue dans la Méchanique, qu'une inclinaiſon autour d'un axe quelconque ſe peut toujours réduire à une égale inclinaiſon faite autour du centre de gravité, pourvu qu'on donne à ce centre un mouvement convenable ; mais quand il s'agit des forces capables de produire une telle inclinaiſon, il les faut toujours rapporter à l'axe qui paſſe par le centre de gravité, & jamais à la ligne MN, quoiqu'elle demeure fixe pendant que le vaiſſeau s'incline.

§. 51. Il paroîtra d'abord que cette recherche préſente des difficultés preſque in-

ſurmontables, puiſque d'un côté il faut aſſembler dans une ſomme tous les produits $Z.ZX^2$ par toute l'étendue de la ſection d'eau ACBD, & que d'un autre côté il faut réitérer cette opération pour chaque axe ſéparément ; mais nous trouverons moyen de lever toutes ces difficultés ſans beaucoup de peine. Car pour ce qui regarde la derniere, on verra qu'elle eſt beaucoup moins conſidérable qu'elle ne paroît, ſi l'on fait attention qu'il ſuffit de chercher deux momens de notre ſection d'eau, l'un par rapport à ſon grand axe AB, & l'autre par rapport à ſon petit axe CD ; parce qu'ayant trouvé ces deux momens, on eſt en état d'en déduire le moment par rapport à chaque axe intermédiaire & oblique MN ; & cela avec le ſeul ſecours des principes de la Géométrie élémentaire, comme on le verra dans l'article ſuivant. On remarquera que le grand axe AB eſt toujours dirigé de la proue vers la pouppe, & que le petit axe CD eſt perpendiculaire au grand, la deſtination de tous les vaiſſeaux demandant que leur longueur AB ſurpaſſe conſidérablement leur largeur CD.

§. 52. Suppoſons donc qu'on ait trouvé les deux momens de la ſection d'eau par rapport à ces deux axes principaux AB &

CD, que le premier de ces momens ſoit déſigné par ce ſigne [AB], & le ſecond par [CD] : pour trouver le moment par rapport à un autre axe quelconque MN, que nous déſignerons pareillement par ce ſigne [MN], on ſuppoſera la déclinaiſon de cet axe par rapport au premier AB ; ou, ce qui revient au même, l'angle AIM $= \theta^2$, & l'on aura [MN] = [AB]. cof. θ^2 + [CD]. ſin. θ^2, où cof θ^2 exprime le quarré du coſinus de l'angle θ, & ſin. θ^2 le quarré du ſinus du même angle θ : d'où l'on voit que dans le cas où l'angle $\theta = 0$, auquel cas l'axe MN tombe ſur AB, à cauſe de ſin. $\theta = 0$, & cof. $\theta = 1$, on aura [MN] = [AB] : & dans le cas de $\theta = 90°$, où l'axe MN tombe ſur CD, à cauſe de cof. $\theta = 0$, & ſin. $\theta = 1$, on aura [MN] = [CD], comme la nature de la choſe l'exige. Au reſte, nous ne nous arrêterons point ici à démontrer cette vérité ; elle dépend de la pure Géométrie, & l'on en trouvera aiſément la démonſtration qui n'a rien de difficile. En faiſant donc uſage du ſigne ci-deſſus, la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à l'axe MN, ſera $= \frac{M}{V} \cdot$ [MN] — M. OG.

§. 53. Tout ſe réduit donc à trouver les momens d'une ſection d'eau propoſée par rapport à ſes deux axes principaux AB &

CD, ou bien les valeurs des formules [AB] & [CD]. Or comme cela demanderoit une connoiſſance exacte de toute la figure de la ſection, qu'on ne ſauroit preſque jamais obtenir, nous nous bornerons à appliquer cette recherche à deux figures principales, entre leſquelles la véritable figure de toutes les ſections d'eau ſe trouve toujours renfermée. Car ſoit la premiere un parallélogramme rectangle *aabb* repréſenté dans la Figure 9me, & l'autre un rhombe ACBD repréſenté dans la 10me figure, l'une & l'autre ayant les mêmes axes principaux AB & CD, qu'une ſection d'eau propoſée, il eſt clair que la vraie ſection d'eau ſera toujours moindre que la premiere de ces deux figures, & toujours plus grande que l'autre: de ſorte que quand nous aurons déterminé les momens de ces deux figures, celui de la ſection véritable tiendra toujours un certain milieu entre ces deux limites, étant plus proche de l'une ou de l'autre, ſelon la figure du vaiſſeau; & dans chaque cas il ne ſera pas fort difficile de découvrir à-peu-près le juſte milieu; ce qui eſt ſans doute ſuffiſant pour la pratique. *Fig.* 9 & 10.

§. 54. Soit donc en premier lieu le parallélogramme rectangle *aabb*, la ſection d'eau que nous avons à conſidérer, dont le *Fig.* 9.

grand axe ſoit AB, & le petit CD, qui s'entrecoupent en I, centre de gravité de cette figure. Cela poſé, ſi l'on calcule les ſommes de tous les produits élémentaires rapportés ci-deſſus, on trouvera le moment de cette figure par rapport à ſon grand axe AB, ou bien la valeur de $[AB] = \frac{1}{12}$. $AB.CD^3$. On trouvera de même que [CD], moment de cette figure par rapport au petit axe CD, eſt $= \frac{1}{12} AB^3.CD$. D'où l'on voit que le dernier de ces deux momens eſt plus grand que le premier, & d'autant plus grand que le grand axe eſt plus grand que le petit. Ainſi, par exemple, ſi le grand axe AB étoit quatre fois plus grand que le petit, ou ſi $AB = 4.CD$, le premier moment ſeroit au ſecond comme 1 : 16 : & en général ces deux momens ſont entr'eux dans la raiſon quarrée inverſe des axes auxquels ils ſe rapportent ; c'eſt-à-dire, qu'on aura toujours cette proportion $[AB] : [CD] = CD^2 : AB^2$.

Fig. 10. §. 55. Suppoſons à préſent que la ſection d'eau eſt le rhombe ou loſange ACBD, dont les deux axes AB & CD ſe coupent auſſi dans le centre de gravité de la figure I ; ayant fait les calculs néceſſaires, on trouvera le moment par rapport au grand axe AB, ou bien la valeur de $[AB] = \frac{1}{48} AB.$

CD^3; & le moment par rapport au petit xe $[CD] = \frac{1}{48} AB^3 . CD$; de ſorte que es deux valeurs ne different de celles du as précédent que par le co-efficient numé- ique, qui, dans le premier cas, eſt $\frac{1}{12}$, & ans celui-ci $\frac{1}{48}$; c'eſt-à-dire, quatre fois lus petit; ce qu'il eſt bon de remarquer, aire de cette figure étant préciſément la oitié de la précédente. D'où il paroît u'on peut inférer que les co-efficiens nu- iériques pour d'autres figures quelcon- ues ſuivent la raiſon doublée de leurs aires, endant que les expreſſions mêmes $AB.CD^3$ $AB^3 . CD$, entrent également dans les omens de toutes les figures.

§. 56. Pour s'aſſurer de la confiance l'on peut avoir en cette regle, donnons à ſection d'eau la figure d'une ellipſe re- éſentée dans la 8me figure, dont le grand e eſt pareillement AB, & le petit CD, *Fig. 8.* fera les calculs ſelon les regles de l'ana- è, & la quadrature du cercle entrant ns le réſultat, on ſuppoſera que pour un cle dont le diametre = 1, la circonfé- ice $= \pi = 3,14159265$; & l'on aura le ment de cette ellipſe par rapport à ſon nd axe AB, ou bien $[AB] = \frac{\pi}{64} . AB.$ $)^3$, & l'autre moment par rapport au pe-

tit axe $[CD] = \frac{\pi}{64} \cdot AB^3 . CD$; le co-efficient numérique eſt ici $\frac{\pi}{64}$; au lieu que dans le cas du rectangle il eſt $\frac{1}{12}$; de ſorte que ces deux co-efficiens ſont entr'eux comme $\frac{\pi}{64} : \frac{1}{12}$, ou comme $\pi : \frac{16}{3}$. Or l'aire de cette ellipſe étant $= \frac{\pi}{4} . AB . CD$, elle eſt à l'aire du rectangle comme $\pi : 4$; & partant, les quarrés ſont entr'eux comme $\pi\pi : 16$. Il faut avouer que ces deux proportions ne ſont pas parfaitement égales; mais la différence eſt ſi petite, que dans la pratique on peut hardiment ſe ſervir de la regle rapportée au paragraphe précédent; vu que la nature de la choſe même n'eſt pas ſuſceptible d'une préciſion parfaite.

§. 57. Faiſant donc uſage de cette regle, quelle que ſoit la figure de la ſection d'eau d'un vaiſſeau, on en cherchera l'aire pour la comparer avec l'aire du rectangle *Fig. 9.* *aabb* formé par les mêmes axes principaux de la figure propoſée, & l'on ſuppoſera $\frac{\text{l'aire}}{AB . CD} = \alpha$; de ſorte qu'on peut, dans chaque cas, regarder cette fraction α comme connue. On aura donc le moment de cette ſection d'eau, par rapport à ſon grand axe AB ou $[AB] = \frac{\alpha\alpha}{12} . AB . CD^3$, & le mo-

nent par rapport à ſon petit axe, ou CD] $= \frac{\alpha\alpha}{12}$. AB³. CD. C'eſt ainſi que les grandes difficultés qui ſe ſont préſentées au premier coup d'œil, ſe trouvent heureuſement ſurmontées, & qu'on peut, dans la pratique, trouver très-aiſément & ſans crainte d'erreur ſenſible, les momens d'une ſection d'eau par rapport à ces axes principaux. On trouvera pareillement le moment pour tout autre axe MN de la ſection d'eau *Fig. 8.* propoſée; car ſuppoſant, comme ci-deſſus, l'angle AIM $= \theta$, on aura le moment cherché [MN] $= \frac{\alpha\alpha}{12}$. AB. CD. (CD². ſ. 6^2 + AB². ſin. θ^2.).

CHAPITRE VIII.

Conſidérations des autres élémens qui entrent dans la détermination de la ſtabilité.

58. APRÈS avoir éclairci toutes les difficultés ſur les momens de la ſection d'eau, qui renferment le principal élément de la ſtabilité des vaiſſeaux, conſidérons auſſi les autres élémens qui entrent dans l'expreſſion de cette ſtabilité, afin qu'on ſoit en état de juger comment les différentes circonſtances d'un vaiſ-

ſeau contribuent ou à l'augmenter ou à la diminuer. Pour cet effet, reprenons notre formule qui donne la valeur de la ſtabilité par rapport à un axe quelconque MN, & qui eſt $\frac{M}{V}$ [MN] — M. OG.

§. 59. On voit d'abord que le poids du vaiſſeau M eſt un facteur de cette expreſſion; de ſorte que les autres élémens demeurant les mêmes, la ſtabilité eſt proportionnelle au poids du vaiſſeau. Ainſi un vaiſſeau étant conſtruit ſur des dimenſions deux fois plus grandes, ſon poids devient huit fois plus grand, & ſa ſtabilité augmente dans la même raiſon. Cette augmentation de ſtabilité eſt néceſſaire, les grands vaiſſeaux étant expoſés à des efforts bien plus grands de la part des forces qui agiſſent ſur eux; & comme ces efforts ſuivent la raiſon des ſurfaces des vaiſſeaux, ou la raiſon doublée de leurs dimenſions ſimples, & que leurs diſtances à l'axe de l'inclinaiſon ſont en raiſon de ces mêmes dimenſions, il eſt clair que les momens de ces efforts ſeront proportionnels au cube de ces dimenſions, ou bien au poids du vaiſſeau tout entier M, en faiſant abſtraction de l'inégalité ou diſſemblance dans leurs figures & arrimages.

. 60. Paſſons au volume de la partie
mergée, déſigné par la lettre V, qui
irroit bien être regardé comme équiva-
t au poids du vaiſſeau M, puiſqu'une
ſſe d'eau dont le volume ſeroit = V,
:oit le même poids M; mais ce volume
n'entre ici en conſidération qu'en tant
'il eſt une étendue géométrique de trois
menſions. Pour cet effet, ſoit ACBD *Fig.* 11.
ſection d'eau d'un vaiſſeau dont les deux
:es ſoient, comme juſqu'ici, AB & CD,
ıi ſe coupent au centre de gravité I de
:tte même ſection : enſuite ſoit AEB la
:ction verticale & diamétrale du vaiſſeau
epuis la ſection d'eau juſqu'à la quille,
ıe ſorte que cette figure repréſente la ca-
ene du vaiſſeau, dont nous conſidérons
e volume = V; ſoit de plus le centre de
gravité de ce volume en O, & le centre de
gravité du vaiſſeau en G, pour avoir l'in-
tervalle OG, qui entre auſſi dans l'expreſ-
ſion de la ſtabilité, étant très-poſſible que
cette ligne GO ne paſſe pas par le point I.
Nous aurons donc la profondeur de la ca-
rene ou le *tirant d'eau* repréſenté par la
droite verticale IE, de laquelle dépend
principalement le volume V, qu'on peut
toujours enviſager comme un produit de
la ſection d'eau même, par une certaine
partie de la profondeur IE.

§. 61. Quant à l'aire de la ſection d'eau, nous avons déjà remarqué qu'elle eſt toujours moindre que le rectangle de ſes deux axes AB, CD, & plus grande qu'un rhombe dont les diagonales ſont AB & CD. Suppoſons donc, comme ci-deſſus, cette aire $= \alpha$. AB. CD, où α eſt une fraction moindre que 1, & plus grande que $\frac{1}{2}$. Cela poſé, il eſt clair que ſi la carene conſervoit juſqu'à la quille la même amplitude, ou que ſes ſections tranſverſales fuſſent des rectangles, la ſolidité ſeroit $V = \alpha$. AB. CD. IE; mais ſi toutes les ſections tranſverſales étoient des triangles terminés par leurs pointes dans la quille, alors l'aire ACBD ne devroit être multipliée que par la moitié de la profondeur IE; de ſorte qu'on auroit $V = \frac{1}{2}$. α. AB. CD. IE. Remarquons encore que ſi toute la carene n'étoit qu'une pyramide renverſée & terminée au point E, on devroit multiplier l'aire ACBD ſeulement par le tiers de la profondeur IE; mais ce dernier cas étant entiérement exclus de la pratique, on peut conſidérer toutes les carenes comme renfermées entre les deux cas précédens; de ſorte que, pour avoir le volume de la carene, il faut multiplier la ſection d'eau par une certaine partie β. IE de la profondeur; β déſignant auſſi une fraction renfermée entre les limites 1

, il ne ſera pas fort difficile d'en eſti-
à-peu-près la juſte valeur dans cha-
cas. Nous aurons donc le volume de
arene $V = \alpha\beta$. AB. CD. IE, expreſ-
qui repréſente une certaine partie du
le formé par les trois dimenſions AB,
& IE. On remarquera que le co-effi-
t $\alpha\beta$ ſera toujours moindre que 1, &
grand que $\frac{1}{4}$, puiſque l'une & l'autre
es deux quantités α & β eſt contenue
e les limites 1 & $\frac{1}{2}$.

. 62. Il nous reſte à conſidérer l'inter-
e OG qui contient deux parties OF &
. La partie OF eſt déterminée unique-
nt par la figure de la carene ; l'autre
tie FG dépend de la charge du vaiſſeau
t entier, & de la ſituation du centre de
vité G, qui peut varier d'une infinité
manieres, & ſe trouver plus ou moins
vé au-deſſus de la ſection d'eau, ou
nber même au-deſſous ; auquel cas l'in-
valle FG deviendroit négatif. Voyons
bord quel ſera le rapport de la partie OF
a profondeur IE dans les trois cas rap-
rtés ci-deſſus. Dans le premier, où
us avons $\beta = 1$, & où la carene a par-
ut la même largeur, il eſt clair qu'on
ra OF $= \frac{1}{2}$. IE. Dans le ſecond cas, où
$= \frac{1}{2}$, & toutes les ſections tranſverſales

des triangles, on aura $OF = \frac{1}{3}$. IE ; & enfin dans le troiſieme cas, où $\beta = \frac{1}{3}$, on aura $OF = \frac{1}{4}$. IE. D'où nous concluons que ſi l'on avoit $\beta = \frac{1}{n}$, on auroit $OF = \frac{1}{n+1}$. IE ; & par conſéquent qu'ayant trouvé la valeur de β, on peut ſuppoſer l'intervalle $OF = \frac{\beta}{\beta+1}$. IE, de ſorte que notre dernier élément devient . . . . . $OG = \frac{\beta}{\beta+1}$. IE + GF.

§. 63. Ayant développé tous ces élémens qui entrent dans la formule qui exprime la ſtabilité, on voit, 1°. que la quantité [MN] renferme quatre dimenſions, ou qu'elle eſt un produit de quatre lignes multipliées les unes par les autres, & 2°. que le volume V eſt une quantité de trois dimenſions : d'où il eſt clair que la formule $\frac{[MN]}{V}$ exprime une certaine ligne droite, laquelle étant ſuppoſée $= l$, la ſtabilité ſera $=$ M. $(l - OG)$. Il ſuit de-là que cette longueur l doit toujours être plus grande que l'intervalle OG ; & comme elle dépend de l'axe MN, autour duquel ſe fait l'inclinaiſon, elle deviendra la plus petite lorſque l'axe MN tombera ſur le grand axe AB. Il eſt donc abſolument néceſſaire que cette

tte plus petite valeur de la lettre *l* ſoit core plus grande que l'intervalle OG ; & urvu qu'on parvienne à rendre la ſtabi- é des vaiſſeaux par rapport au grand axe B, aſſez grande pour réſiſter à tous les orts, on peut être aſſuré que la ſtabilité a plus que ſuffiſante pour tous les autres es.

§. 64. Si les vaiſſeaux étoient à tous ards parfaitement ſemblables entr'eux, ſorte que leurs poids fuſſent comme les bes de leurs dimenſions ſimples, & que différence *l* — OG ſuivît la raiſon ſim- e de ces dimenſions, leur ſtabilité ſeroit mme les quatriemes puiſſances des di- enſions ſimples. Mais les efforts auxquels vaiſſeaux ſont expoſés, ſuivent la rai- n des cubes de leurs dimenſions. Les ands vaiſſeaux ont donc, à proportion, ıs de ſtabilité que les petits ; & partant, ant agités par des efforts ſemblables, ils ivent s'incliner moins que les petits. Il roîtroit ſuivre de-là qu'on pourroit di- inuer la ſtabilité des grands vaiſſeaux, la réduire à être proportionnelle au cube leurs dimenſions. Mais il faut remar- ıer que certaines inclinaiſons qui ne fe- ient courir aucun riſque à de petits vaiſ- aux, pourroient devenir funeſtes aux

grands : d'où l'on doit conclure qu'il eſt très-ſage de donner aux grands vaiſſeaux une plus grande ſtabilité, à proportion, qu'aux petits; mais nous examinerons tout ceci plus en détail dans le Chapitre ſuivant.

CHAPITRE IX.

Sur les moyens de procurer aux vaiſſeaux un degré ſuffiſant de ſtabilité.

§. 65. NOUS avons fait voir ci-deſſus que le moment d'une ſection d'eau par rapport à ſon grand axe AB eſt le plus petit, & celui par rapport au petit axe CD le plus grand, & que le premier eſt au ſecond comme CD^2 à AB^2. Il ſuit de-là que la ſtabilité d'un vaiſſeau par rapport à ſon grand axe AB eſt auſſi la plus petite, & par rapport au petit axe la plus grande, & même dans une plus grande raiſon que celle de CD^2 à AB^2. Car la ſtabilité, par rapport à l'axe AB, ayant été trouvée $= M\left(\frac{[AB]}{V} - OG\right)$, & celle par rapport à l'axe CD $= M\left(\frac{[CD]}{V} - OG\right)$; il eſt clair que ces deux expreſſions ont entr'elles une plus grande raiſon que leurs premieres

ties $\frac{[AB]}{V}$ & $\frac{[CD]}{V}$, puiſque la même
ntité OG eſt retranchée de chacune.
il eſt néceſſaire que la derniere ſtabi-
ſoit plus grande que la premiere, puiſ-
: les mêmes efforts ou chocs frappant
la proue ou la pouppe, produiſent un
s grand moment que lorſqu'ils frap-
t les côtés du vaiſſeau. Mais leur rap-
t eſt tout au plus celui de AB à CD;
ıc puiſque les ſtabilités ſuivent une beau-
ıp plus grande raiſon, il eſt clair que dès
un vaiſſeau a aſſez de ſtabilité par rap-
t à ſon grand axe AB, il en aura, à plus
te raiſon, aſſez par rapport à ſon petit
: CD: & partant, nous ne conſidére-
ıs, dans ce Chapitre, que la ſtabilité par
port au grand axe AB, & nous exami-
ons par quels moyens cette ſtabilité
ırra être augmentée & portée au degré
: la ſûreté du vaiſſeau exige.

. 66. Or le moment de la ſection d'eau,
rapport à ſon grand axe AB, vient
tre trouvé $[AB] = \frac{\alpha\alpha}{12}$. AB. CD^3, α dé-
nant la fraction qu'on trouve en diviſant
ire de la ſection d'eau ABCD par le rec-
ıgle AB. CD; fraction compriſe entre
limites 1 & $\frac{1}{2}$. On peut enſuite conce-
ir le volume ſubmergé V, comme le

produit de l'aire de la ſection d'eau qui vient d'être déſignée par α. AB. CD, multipliée par une certaine partie de la profondeur IE, que nous avons ſuppoſée $= \zeta$. IE; où l'on doit remarquer que β ainſi que α eſt toujours une fraction renfermée entre 1 & $\frac{1}{2}$, puiſque la premiere de ces limites auroit lieu ſi toutes les ſections tranſverſales étoient des rectangles, & la ſeconde, ſi elles étoient des triangles terminés par leurs pointes à la quille. Il eſt vrai qu'en déterminant ces limites, nous n'avons pas tenu compte de l'obliquité de la carene vers la proue & vers la pouppe, ce qui exige ſans doute quelque diminution; cependant il ne ſemble pas que la valeur de ζ puiſſe jamais diminuer au-delà de $\frac{1}{2}$. Quoi qu'il en ſoit, laiſſant cette lettre ζ indéterminée, nous aurons le volume $V = \alpha\zeta$. AB. CD. IE, d'où nous tirons la valeur du premier membre de la ſtabilité $\frac{[AB]}{V} = \frac{\alpha}{12\beta}$. $\frac{CD^2}{IE}$. On voit que la longueur AB eſt ſortie du calcul, mais elle y rentre dans le poids M.

§. 67. A l'égard de l'intervalle OG = OF + FG, nous avons fait voir que la partie OF peut toujours être ſuppoſée $= \frac{\beta}{1+\beta}$. IE. Par conſéquent notre expreſſion de la

ıbilité par rapport au grand axe AB prena cette forme M ($\frac{\alpha}{12\beta} \times \frac{CD^2}{IE} - \frac{\beta}{1+\beta}$. IE. - FG). De-là nous tirons d'abord cette ındition abſolument néceſſaire, que la ıantité $\frac{\alpha}{12\beta}$. $\frac{CD^2}{IE}$ doit toujours être plus ande que la quantité $\frac{\beta}{1+\beta}$. IE + FG : r ſi elles étoient égales, l'équilibre du iſſeau ſeroit indifférent ; & ſi la premiere oit plus petite que la ſeconde, l'équilibre roit chancelant, & le vaiſſeau ſeroit renerſé par les ſecouſſes les plus légeres. Pour ieux développer la nature de cette contion, multiplions de part & d'autre ır $\frac{12\beta}{\alpha}$. IE, pour obtenir cette formè $D^2 > \frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)}$. $IE^2 + \frac{12\beta}{\alpha}$ IE. FG ; d'où on voit que le quarré CD^2 de la largeur oit toujours être plus grand que la valeur e l'expreſſion $\frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)}$. $IE^2 + \frac{12\beta}{\alpha}$ IE. FG.

§. 68. Pour jetter encore plus de jour ır cette condition importante pour la ſtailité des vaiſſeaux, nous ſuppoſerons, pour bréger, $\frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)} = m$ & $\frac{12\beta}{\alpha} = n$; & la forıule qui exprime notre condition, devienra $CD^2 > m.IE^2 + n.$ IE. FG. Mainteant les deux lettres α & β pouvant varier

depuis 1 juſqu'à $\frac{1}{2}$, & la derniere ϵ peut-être encore au-deſſous de $\frac{1}{2}$, on trouvera dans la Table ſuivante, les valeurs des lettres m & n, en ſuppoſant ſucceſſivement à α ces valeurs 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; & à ϵ les ſuivantes 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4: & les valeurs de m & n, qui réſultent de chaque combinaiſon des valeurs de α & ϵ, ſont exprimées en fractions décimales.

Valeurs de α.

ϵ	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
1,0	6,00	6,67	7,50	8,57	10,00	12,00 = m
	12,00	13,33	15,00	17,14	20,00	24,00 = n
0,9	5,12	5,69	6,40	7,31	8,53	10,24 = m
	10,80	12,00	13,50	15,43	18,00	21,60 = n
0,8	4,27	4,74	5,34	6,10	7,12	8,54 = m
	9,60	10,67	12,00	13,71	16,00	19,20 = n
0,7	3,46	3,84	4,33	4,94	5,77	6,92 = m
	8,40	9,33	10,50	12,00	14,00	16,80 = n
0,6	2,70	3,00	3,38	3,86	4,50	5,40 = m
	7,20	8,00	9,00	10,29	12,00	15,40 = n
0,5	2,00	2,22	2,50	2,86	3,33	4,00 = m
	6,00	6,67	7,50	8,57	10,00	12,00 = n
0,4	1,37	1,52	1,71	1,96	2,28	2,74 = m
	4,80	5,33	6,00	6,86	8,00	9,60 = n

§. 69. Cette Table renferme tous les cas poſſibles; mais les valeurs extrêmes des let-

es α & β ſont exclues de la pratique, & faut chercher les cas actuels qui ont ordinairement lieu dans la conſtruction des iſſeaux, vers le milieu de cette Table. omme il ne s'agit ici que d'aſſigner certaines limites que le quarré de la largeur D doit ſurpaſſer, & cela même aſſez conlérablement, une ſcrupuleuſe préciſion roit ſuperflue. Ainſi il ſuffira de prene garde à ce qu'on ne faſſe pas ces lites trop petites. D'après cette conſidétion, il paroît que le cas où $\alpha = 0,8$ & $= 0,8$, eſt très-propre à être appliqué preſque tous les vaiſſeaux dont on ſe ſert ns la navigation. Dans ce cas on aura $= 5,34$, & $n = 12,00$; de ſorte que utre limite ſera $CD^2 > 5,34.IE^2 - 12,00.IE.FG$. Cependant pour voir omme une petite différence pourroit inuer ſur la valeur de CD^2, nous y ajoutons encore le cas $\alpha = 0,7$ & $\epsilon = 0,7$, qui ous fournit cette limite $CD^2 > 4,94.IE^2 - 12,00 IE.FG$.

§. 70. Maintenant tout ſe réduit au rapport que la hauteur FG a avec la profonur de la carene IE. Il paroît d'abord que tte hauteur FG ne ſurpaſſe jamais la moié de la profondeur IE; & dans les cas ù le centre de gravité G tombe au-deſſous

de la surface de l'eau, sa distance de cette surface sera toujours plus petite que $\frac{1}{3}$ IE. Voyons pour l'un & l'autre cas quels résultats nous obtiendrons en donnant différentes valeurs à FG.

Pour le cas $\alpha = 0,8$, & $\epsilon = 0,8$.

I°. Si FG $= 0,5$ IE, on aura
$CD^2 > 11,34.\ IE^2$, & partant
$CD > 3,37.$ IE.

II°. Si FG $= 0,4.$ IE, on aura
$CD^2 > 10,14.\ IE^2$, & partant
$CD > 3,19.$ IE.

III°. Si FG $= 0,3.$ IE, on aura
$CD^2 > 8,94.\ IE^2$, & partant
$CD > 2,99.$ IE.

IV°. Si FG $= 0,2.$ IE, on aura
$CD^2 > 7,74.\ IE^2$, & partant
$CD > 2,79.$ IE.

V°. Si FG $= 0,1.$ IE, on aura
$CD^2 > 6,54.\ IE^2$, & partant
$CD > 2,56.$ IE.

VI°. Si FG $= 0,0.$ IE, on aura
$CD^2 > 5,34.\ IE^2$, & partant
$CD > 2,32.$ IE.

VII°. Si FG $= -0,1.$ IE, on aura
$CD^2 > 4,14.\ IE^2$, & partant
$CD > 2,04.$ IE.

II°. Si $FG = -0,2.IE$, on aura
$CD^2 > 2,94.IE^2$, & partant
$CD > 1,72.IE$.

°. Si $FG = -0,3.IE$, on aura
$CD^2 > 1,74.IE^2$, & partant
$CD > 1,32.IE$.

Pour le cas $\alpha = 0,7$ & $\epsilon = 0,7$.

. Si $FG = 0,5.IE$, on aura
$CD^2 > 10,94.IE^2$, & partant
$CD > 3,31.IE$.

°. Si $FG = 0,4.IE$, on aura
$CD^2 > 9,74.IE^2$, & partant
$CD > 3,13.IE$.

I°. Si $FG = 0,3.IE$, on aura
$CD^2 > 8,54.IE^2$, & partant
$CD > 2,93.IE$.

V°. Si $FG = 0,2.IE$, on aura
$CD^2 > 7,34.IE^2$, & partant
$CD > 2,71.IE$.

°. Si $FG = 0,1.IE$, on aura
$CD^2 > 6,14.IE^2$, & partant
$CD > 2,48.IE$.

VI°. Si $FG = 0,0.IE$, on aura
$CD^2 > 4,94.IE^2$, & partant
$CD > 2,23.IE$.

VII°. Si $FG = -0,1.IE$, on aura
$CD^2 > 3,74.IE^2$, & partant
$CD > 1,94.IE$.

VIII°. Si $FG = -0,2.IE$, on aura
$CD^2 > 2,54.IE^2$, & partant
$CD > 1,60.IE$.

IX°. Si $FG = -0,3.IE$, on aura
$CD^2 > 1,34.IE^2$, & partant
$CD > 1,16.IE$.

§. 71. Cette conſidération nous fournit une des regles les plus importantes dans la conſtruction des vaiſſeaux, pour bien proportionner la largeur de la carene à ſa profondeur, la hauteur du centre de gravité G étant connue; & nous voyons que tant que le centre de gravité G ſe trouve au-deſſus de l'eau, la largeur du vaiſſeau CD doit toujours ſurpaſſer le double de la profondeur IE, & cela d'autant plus que le centre de gravité ſera plus élevé. Mais comme nous n'avons aſſigné ici que la limite que la largeur CD doit néceſſairement excéder, on demandera ſans doute de combien elle doit excéder cette limite. Comme cela dépend de la violence des ſecouſſes qu'un vaiſſeau a à ſoutenir, il faut conſulter l'expérience. Suppoſons, par exemple, qu'un vaiſſeau puiſſe marcher très-

rement, la largeur de ſa carene CD étant ſa profondeur IE comme 5 à 2, ou, ce ui revient au même, CD étant = 2, 5. IE, que ſon centre de gravité ſe ſoit trou- précifément à la ſurface de l'eau, ou G = 0. Cela poſé, puiſque notre premier s donne CD > 2, 32. IE plus petite que lon l'expérience de 0, 18, ce qui eſt à- eu-près la 13e partie de notre limite, on ouvera en augmentant chacune de nos li- ites de ſa 13e partie, la juſte valeur de la rgeur CD. En faiſant le même raiſonne- ient pour les limites de l'autre cas, on ouvera qu'elles doivent être augmentées e leur huitieme partie.

§. 72. Quant à ce qui regarde la pro- ondeur de la carene IE, il eſt bon de ſa- oir que les conſtructeurs donnant ordinai- ement aux vaiſſeaux un peu plus de pro- ondeur vers la pouppe que vers la proue, otre profondeur IE doit tenir un certain ilieu entre ces deux profondeurs. On al- egue communément pour raiſon d'une elle conſtruction, que les vaiſſeaux obéiſ- ent mieux au gouvernail ; mais la vérita- le raiſon eſt que lorſque le vaiſſeau cin- le étant pouſſé par l'action du vent, ſa uille devient alors horizontale, la même ction du vent faiſant incliner ordinaire-

ment le vaiſſeau par la proue. Il ſuit au reſte de tout ce que nous venons de dire, qu'outre l'élargiſſement de la ſection d'eau, le moyen le plus efficace pour augmenter la ſtabilité eſt de porter le centre de gravité G auſſi bas qu'il eſt poſſible, ou que les circonſtances le permettent.

CHAPITRE X.

Sur le mouvement de roulis & de tangage des vaiſſeaux.

§. 73. LORSQU'UN vaiſſeau ſort de ſon état d'équilibre en s'inclinant par quelque cauſe que ce ſoit, il eſt repouſſé par ſa ſtabilité qui fait effort pour le ramener à ſon premier état, & cela par un mouvement accéléré; il arrive de-là qu'étant parvenu à ſon état d'équilibre, il paſſe outre & s'incline en ſens contraire, juſqu'à ce que ſon mouvement ſoit éteint; de-là il repaſſe de rechef à ſon état d'équilibre, & balance ainſi de la même maniere qu'un pendule fait ſes oſcillations. Ce mouvement ſera auſſi également régulier, à moins qu'il ne ſoit troublé par la réſiſtance de l'eau dont nous faiſons ici abſtraction. Or, puiſque ces balancemens d'un vaiſſeau, autour de quel-

axe que ce ſoit que l'inclinaiſon ait été
e, ſont parfaitement ſemblables aux oſ-
ations d'un pendule, on n'en ſauroit
eux connoître la nature qu'en détermi-
it la longueur d'un pendule ſimple, qui
everoit ſes oſcillations dans le même
ıs que le vaiſſeau fait ſes balancemens.
tel pendule eſt nommé iſochrone aux
ancemens du vaiſſeau.

§. 74. Suppoſant qu'on ait trouvé la
gueur d'un tel pendule ſimple, que nous
ignerons par l, la méchanique nous four-
la regle ſuivante pour déterminer la
rée d'une de ſes oſcillations. D'abord il
it connoître la hauteur de laquelle un
rps tombe librement dans une ſeconde
tems. Cette hauteur s'eſt trouvée, par
xpérience, à-peu-près de 16 pieds de
ndres; nous la déſignerons ici par la
tre g, & enſuite exprimant par la lettre
la circonférence d'un cercle dont le dia-
etre eſt $= 1$, la durée d'une oſcilla-
n exprimée en ſecondes ſera toujours
$\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$: ou bien on diviſera la longueur
pendule l par le double de la hauteur g,
l'on multipliera la racine quarrée de ce
otient par π, ou par $\frac{22}{7}$, ſelon la regle
Archimede, & l'on aura la durée d'une
cillation exprimée en ſecondes.

§. 75. Il s'agit donc de trouver pour chaque cas propoſé cette longueur l du pendule iſochrone; queſtion qui demande ſans doute les plus profondes recherches. Mais il ſuffira, pour notre deſſein, de rapporter ici ſimplement le réſultat de ce que les principes de méchanique nous apprennent ſur ce ſujet. Comme nous conſidérons ici la queſtion en général, dans le cas où le vaiſſeau a été incliné autour d'un axe quelconque horizontal, paſſant par ſon centre de gravité, il faut, avant toutes choſes, connoître la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à cet axe, laquelle eſt toujours un produit du poids du vaiſſeau M, par une certaine longueur que nous ſuppoſerons $= s$, la ſtabilité ſera donc Ms. Il faut encore ſavoir ce qu'on nomme en méchanique le moment d'inertie du vaiſſeau par rapport au même axe: ce moment ſe trouve en multipliant toutes les parties dont le vaiſſeau eſt compoſé, chacune par le quarré de ſa diſtance au même axe, & en raſſemblant tous ces produits dans une ſomme. Nous ferons cette ſomme $=$ M.rr. En effet, elle ne peut être que le produit du poids entier M du vaiſſeau, multiplié par le quarré d'une certaine ligne, que nous faiſons ici $= r$. Or, connoiſſant ces deux élémens, on trouve la longueur cherchée du

dule isochrone, en divisant le moment
ertie M. rr par la stabilité Ms; de sorte
on a $l = \frac{rr}{s}$.

§. 76. Après ces déterminations géné-
es, considérons le cas où un vaisseau fait
balancemens autour de son grand axe
igé de la proue à la pouppe. C'est par
mouvement appellé *roulis*, que le vais-
au s'incline alternativement vers l'un &
utre côté; il faut d'abord remarquer que
: mouvement se peut conserver assez long-
ms dans une eau calme, la figure du
aisseau étant ordinairement assez arrondie
utour de cet axe, pour que ce mouvement
e rencontre presque aucune résistance dans
eau, & les efforts de l'eau qui sont di-
igés à-peu-près vers ce même axe ne pro-
luisant presque aucun moment capable de
e troubler; il sera donc aisé d'observer le
tems pendant lequel ces balancemens s'a-
chevent; & par ce moyen on trouvera, par
une seule expérience, la longueur du pen-
dule isochrone $l = \frac{rr}{s}$; d'où l'on pourra dé-
duire la valeur de l'une des deux quantités
r ou s, l'autre étant déjà connue. On voit
encore que ce mouvement de roulis sera
d'autant plus lent & plus doux, que la lon-
gueur l du pendule isochrone sera plus

grande ; d'où il ſuit que puiſqu'il ne convient pas de diminuer le dénominateur s, il faut tâcher d'augmenter le numérateur rr autant que les circonſtances le permettront. On obtiendra donc cette augmentation de la longueur l, en éloignant autant qu'il ſera poſſible du grand axe horizontal, qui paſſe par le centre de gravité G, ſelon la longueur du vaiſſeau, tous les fardeaux de la charge.

§. 77. Il en eſt à-peu-près de même des balancemens du vaiſſeau autour de ſon axe tranſverſal. On nomme *tangage* le mouvement par lequel le vaiſſeau s'incline alternativement vers la proue & la pouppe. Le dénominateur s de la formule $l = \frac{rr}{s}$ eſt en ce cas beaucoup plus grand que dans le cas précédent, la ſtabilité par rapport à cet axe ſurpaſſant pluſieurs fois celle relative à l'axe en longueur; d'où il paroît ſuivre que la valeur de l devroit devenir beaucoup plus petite, & par conſéquent le mouvement de tangage plus vif. Mais il faut conſidérer que la valeur de la lettre r eſt dans ce cas bien plus grande que dans le précédent, tous les poids qui ſe trouvent vers la proue & vers la pouppe étant fort éloignés de l'axe tranſverſal ; & cette circonſtance

nſtance pourroit donner à la lettre *l* une leur auſſi grande que dans le cas précé- nt. Ce mouvement de tangage au reſte ſauroit durer auſſi long-tems que celui roulis, parce que la proue & la pouppe, cauſe de leur obliquité, éprouvent une ſiſtance très-conſidérable en s'abaiſſant en s'élevant alternativement; de ſorte ıe ce mouvement ne peut manquer d'ê- : bientôt détruit, bien entendu qu'on ppoſe toujours l'eau parfaitement calme.

§. 78. Car lorſque la mer ſe trouve dans ıe grande agitation, on comprend aiſé- ent que les mouvemens de roulis & de ıgage en doivent ſouffrir des altérations :s-conſidérables, les vagues étant ſeules pables, par leur élévation & abaiſſement :ernatifs, de produire un balancement ns le vaiſſeau, quand même il n'auroit s été incliné par quelque autre force. Or, ur déterminer les mouvemens qui ſe- nt imprimés alors au vaiſſeau, la théorie us abandonne entiérement, parce que us ignorons encore abſolument les loix lon leſquelles une eau agitée pouſſe les rps qui y nagent, & qu'ainſi la formule ouvée ci-deſſus pour la ſtabilité, ne ſau- it plus avoir lieu; il en eſt de même de lle pour la longueur du pendule iſochrone,

qui devient entiérement fauſſe. L'expérience ne nous permet pas de douter que les forces qu'une mer troublée par des vagues exerce ſur le vaiſſeau, ne ſoient tout-à-fait différentes de celles qu'on obſerve dans une eau calme. On a même remarqué que lorſqu'un vaiſſeau eſt porté en haut par les vagues, il s'éleve par un mouvement accéléré, & qu'il retombe par un mouvement retardé; ce qui paroît directement oppoſé aux principes reçus ſur l'action des eaux.

§. 79. Quoiqu'on ſoit encore extrêmement éloigné de pouvoir déterminer quelque choſe de certain ſur cette matiere, il ſera pourtant bon de remarquer que les vagues ſe ſuccedent communément aſſez réguliérement par des intervalles de tems égaux entr'eux; de ſorte que ſuppoſant le vaiſſeau frappé en ce moment pour la premiere fois, il recevra le ſecond, le troiſieme, & les coups ſuivans, à des intervalles de tems égaux entr'eux. Il ſuit de-là que ſi le vaiſſeau étoit tel qu'il achevât ſes balancemens dans les mêmes intervalles de tems, le coup ſuivant des vagues le rencontreroit toujours dans la même ſituation que l'a trouvé le précédent, & ſa force ne pourroit qu'augmenter le mouvement du

Fig. 5.

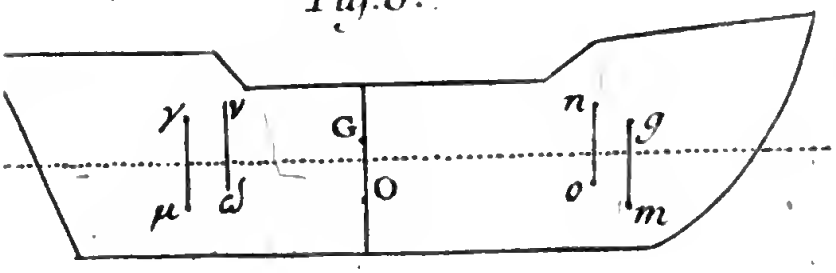


Fig. 6.

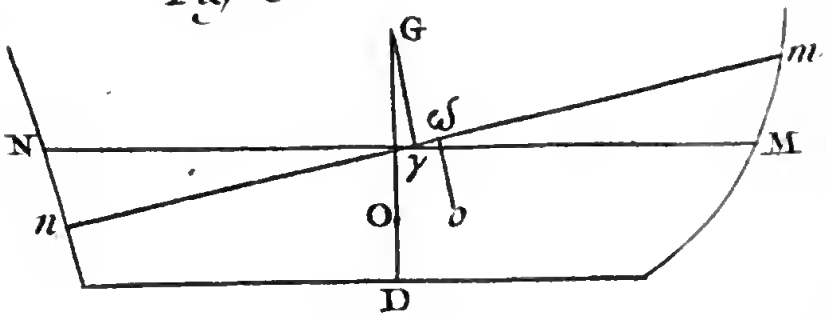
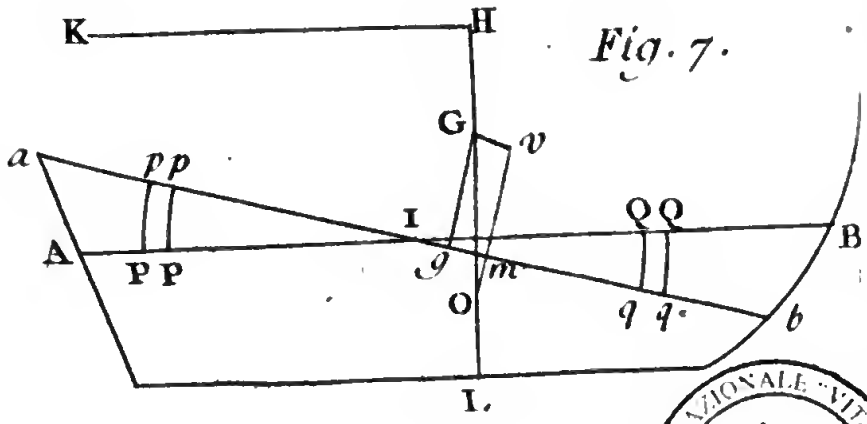


Fig. 7.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Fig. 10.

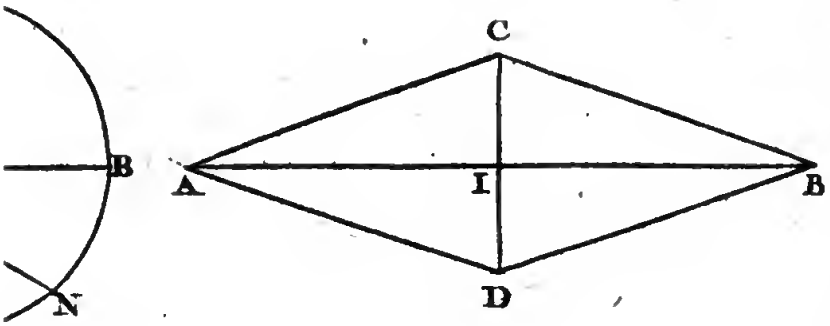


Fig 9

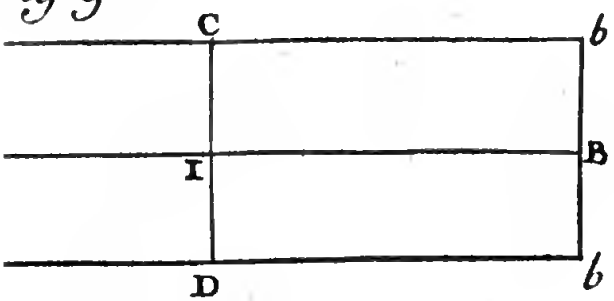
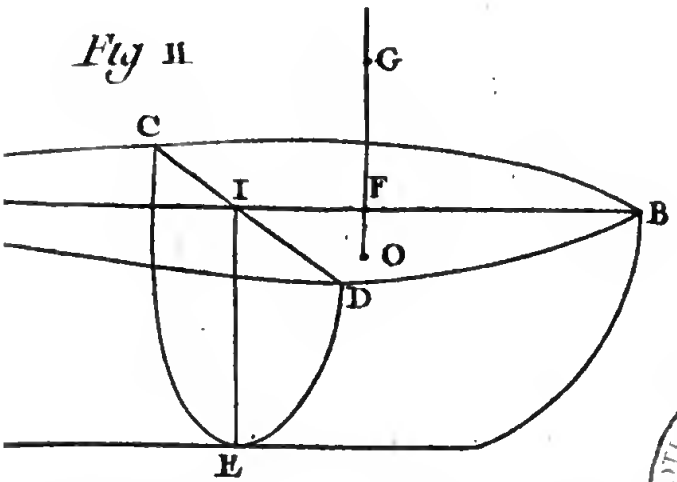


Fig 11



BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI

vaiſſeau, qui pourroit à la fin devenir dangereux. Mais ſi les intervalles du tems entre les ſucceſſions des vagues & les balancemens du vaiſſeau étoient tellement proportionnés entr'eux, que le coup ſuivant détruisît l'effet des précédens, le vaiſſeau pourroit en ſouffrir des ſecouſſes extrêmement rudes, ſur-tout dans le tangage, lorſque, la proue & la pouppe ayant reçu des mouvemens fort vifs, des chocs nouveaux s'oppoſeroient ſubitement à ces mouvemens. Il en pourroit réſulter un tel ébranlement dans toutes les parties du vaiſſeau, qu'il riſqueroit de perdre ſa mâture.

SECONDE PARTIE,

Où l'on traite de la réſiſtance que les Vaiſſeaux rencontrent dans leurs mouvemens progreſſifs, & de l'action du Gouvernail.

CHAPITRE PREMIER.

Sur la réſiſtance d'une ſurface plane étant mue dans l'eau.

§. 1. TANT qu'un corps plongé dans l'eau ſe trouve en repos, il ſoutient par toute ſa furface des preſſions qu'on décompoſe en horizontales & verticales. Les horizontales ſe détruiſent mutuellement, & les verticales ſe réduiſent à une force égale au poids d'un volume d'eau égal à celui du corps plongé, par laquelle il eſt pouſſé verticalement en haut, comme nous l'avons démontré ci-deſſus. Mais lorſque le corps eſt en mouvement, il ſouffre, outre ces preſſions, une force qui s'oppoſe à ſon mouvement, qu'on nomme la réſiſtance

de l'eau, & que nous nous propoſons de déterminer ici. Il faut d'abord remarquer que cette force de réſiſtance dépend principalement de la figure du corps, pendant que les preſſions dont nous venons de parler, en ſont abſolument indépendantes. D'après cette conſidération, nous commencerons nos recherches par des ſurfaces planes que nous ſuppoſerons ſe mouvoir dans l'eau avec une certaine vîteſſe, tant directement qu'obliquement. Une ſurface eſt dite ſe mouvoir directement dans l'eau, lorſque la direction de ſon mouvement eſt perpendiculaire à cette même ſurface; & obliquement, ſi cette direction lui eſt oblique.

§. 2. Conſidérons donc une ſurface plane quelconque, qui ſe meut dans l'eau ſelon la direction EF, perpendiculaire à ladite ſurface, avec une vîteſſe que nous nommerons $= c$, c déſignant l'eſpace que cette vîteſſe feroit parcourir à un corps dans une ſeconde de tems. Cette maniere de repréſenter les vîteſſes eſt la plus propre à en donner une idée juſte. Cela poſé, puiſque cette ſurface ne ſauroit continuer ſon mouvement ſans pouſſer l'eau qu'elle rencontre, il y aura un choc d'où réſultera néceſſairement une certaine force par laquelle *Fig.* 1.

la ſurface ſera pouſſée en arriere, & cette force, comme on le voit, ſera perpendiculaire à la ſurface, & partant, directement contraire à ſon mouvement; ou, ce qui revient au même, cette ſurface ſe trouvera dans le même état que ſi, étant poſée horizontalement, elle avoit à ſoutenir une certaine colonne d'eau; de ſorte que connoiſſant la hauteur de cette colonne, nous aurions une connoiſſance exacte de la réſiſtance que cette ſurface rencontre actuellement dans l'eau. Il ne s'agit donc que de trouver la hauteur de cette colonne, & nous aurons la meſure de la réſiſtance que nous cherchons: car multipliant cette hauteur par la ſurface même, nous aurons la ſolidité d'une maſſe d'eau, dont le poids ſera préciſément égal à la force de la réſiſtance.

§. 3. Or le raiſonnement ſuivant nous conduira à la connoiſſance de cette hauteur: d'abord il eſt très-clair que notre ſurface ABCD en ſe mouvant dans l'eau avec la vîteſſe $= c$, ſoutiendra le même effort de la part de l'eau, que ſi elle étoit en repos, & que l'eau vînt la frapper perpendiculairement avec la même vîteſſe. Or, dans ce dernier cas, ſi la ſurface étoit percée quelque part d'un petit trou, l'eau

échapperoit par ce trou, & continueroit de ſe mouvoir avec la vîteſſe $= c$. Suppoſons à préſent à la colonne d'eau du § précédent, une hauteur telle que l'eau échappe avec la même vîteſſe par un trou fait à la baſe, il paroît clair que notre ſurface eſt preſſée dans ce dernier cas avec la même force qu'elle l'eſt dans le premier. Donc faiſant cette hauteur $= h$, & l'aire de la baſe ou de notre ſurface $= ff$, la ſolidité de la colonne ſera ffh, & le poids d'un égal volume d'eau nous fournira la véritable valeur de la réſiſtance qui agira perpendiculairement ſur la ſurface, & dans une direction contraire à celle de ſon mouvement.

§. 4. Or on ſait, tant par la théorie que par l'expérience, que l'eau contenue dans un vaſe à la hauteur $= h$, s'échappe par un trou fait à la baſe avec la même vîteſſe qu'un corps tombant de cette même hauteur h pourroit acquérir. On ſait encore que ſi la lettre g déſigne la hauteur dont un corps tombe dans une ſeconde, la vîteſſe acquiſe en tombant de la hauteur h, fera parcourir dans une ſeconde un eſpace $= 2\sqrt{gh}$. Or cette vîteſſe eſt ſuppoſée $= c$. On aura donc $2\sqrt{gh} = c$; & en prenant les quarrés $4gh = cc$, d'où on tirera

la hauteur cherchée $h = \frac{cc}{4g}$: par conſéquent la force de la réſiſtance que la ſurface plane propoſée ABCD $= ff$, éprouve en ſe mouvant directement dans l'eau avec la vîteſſe $= c$, ſera $= \frac{ccff}{4g}$, & la ſurface ſera repouſſée par cette force dans une direction contraire à celle de ſon mouvement. De-là on voit que cette réſiſtance eſt déterminée & eſt toujours proportionnelle au quarré de la vîteſſe, & à l'aire de la ſurface.

§. 5. Conſidérons à préſent de la même maniere le cas où la ſurface ABCD ſe meut dans l'eau avec la même vîteſſe $= c$, mais ſelon une direction oblique à ſon plan, & qui y ſoit inclinée d'un angle quelconque $= \varphi$. Repréſentons ce cas dans la deuxieme figure, où AB ſoit la ſurface plane propoſée, EF la direction de ſon mouvement avec la vîteſſe $= c$, & l'angle AEF $= \varphi$, il eſt certain que ce plan ſoutiendroit le même effort s'il étoit en repos, & qu'il fût choqué par l'eau en mouvement, ſelon la direction FE, avec la même vîteſſe. Cette force pourra donc encore être comparée avec le poids d'une certaine colonne d'eau ſoutenue par la même baſe; & comme cette force n'eſt proprement qu'une preſſion, il s'enſuit qu'elle agit per-

Fig. 2.

pendiculairement ſur la ſurface AB ſelon la direction EG, qui ne ſera plus, par conſéquent, directement contraire à la direction du mouvement EF. Ayant trouvé cette preſſion EG, que nous ſuppoſerons = P, on la décompoſera ſelon la direction EH, la même que EF, & ſelon la direction GH, qui lui étant perpendiculaire ne s'oppoſe point au mouvement. La réſiſtance directement contraire au mouvement ſera donc = P ſin. φ, l'angle EGH étant évidemment égal à l'angle AEF = φ, & EH repréſentant le ſinus de cet angle, le ſinus total étant = EG. Pour trouver cette preſſion, appliquons le même principe dont nous venons de nous ſervir dans le cas précédent, & conſidérons un courant d'eau qui vient choquer ſur notre ſurface AB en repos ſuivant la direction FE avec la vîteſſe = c. Il eſt clair que ſi notre ſurface étoit percée d'un trou en E, l'eau y paſſeroit librement, ſelon la direction EH, ſans changer ni de direction, ni de vîteſſe. Décompoſons cette vîteſſe ſelon la direction EI perpendiculaire, & ſelon la direction IH parallele à la ſurface, & comme cette derniere vîteſſe n'influe pas ſur le mouvement, la premiere ſelon EI doit être regardée ſeule comme la cauſe du choc que notre ſurface éprouve. Or, à cauſe de l'angle *Fig.* 3.

EHI = AEF = φ, cette vîteſſe ſelon EI eſt = c ſin. φ. Il s'agit donc de chercher quelle devroit être la hauteur d'une colonne d'eau ſoutenue par la même baſe, pour que l'eau ſortît par un trou fait à la baſe, avec une vîteſſe = c ſin. φ. Mais nous venons de voir que nommant cette hauteur h, on auroit $2\sqrt{hg} = c$ ſin. φ, d'où l'on tire $h = \frac{cc\,\text{ſin.}\,\varphi^2}{4g}$. Multipliant par l'aire ff de notre ſurface cette valeur de h, le produit exprimera la force de la réſiſtance perpendiculaire à la ſurface ſelon FG : c'eſt la réſiſtance totale que nous avons fait ci-deſſus = P. Partant, la réſiſtance directement contraire au mouvement, ſera P ſin. $\varphi = \frac{ccff\,\text{ſin.}\,\varphi^3}{4g}$.

Fig. 2.

§. 6. Un raiſonnement aſſez ſimple & lumineux nous a conduit, comme on le voit, à des formules qui nous font connoître dans tous les cas, où une ſurface plane AB = ff ſe meut dans l'eau avec une vîteſſe = c, ſous une obliquité AEF = φ, tant la réſiſtance totale = $\frac{ccff\,\text{ſin.}\,\varphi^2}{4g}$, que celle qui eſt directement contraire au mouvement = $\frac{ccff\,\text{ſin.}\,\varphi^3}{4g}$. On voit, par la premiere, que la réſiſtance totale eſt en raiſon compoſée, 1°. de l'aire ff de la ſurface;

2°. du quarré de la vîteſſe cc; & 3°. du quarré du ſinus de l'obliquité ou de l'angle AEF $= \varphi$. On voit de même, par la ſeconde, que la réſiſtance contraire au mouvement ſuit la raiſon compoſée, 1°. de l'aire ff; 2°. du quarré de la vîteſſe cc; 3°. du cube du ſinus de l'obliquité. C'eſt ſur ces deux principes, reconnus depuis long-tems par les Géometres, qu'on a fondé toute la théorie de la réſiſtance que les corps ſolides ont à vaincre en ſe mouvant dans un fluide quelconque. On a auſſi donné juſqu'ici différentes démonſtrations de ces principes; mais celle que nous venons de fournir ici, paroît la plus claire & la plus ſolide.

§. 7. Pour mieux éclaircir cet article, comparons entr'eux les deux cas ſuivans: *Fig. 2.* 1°. ſoit AB une ſurface plane $= ff$, qui ſe meuve directement dans l'eau ſelon la direction Aa avec une vîteſſe $= c$; & 2°. qu'une autre ſurface AC ſe meuve ſelon la même direction avec la même vîteſſe $= c$, mais obliquement, l'angle de l'obliquité étant aAC $= \varphi$; ſuppoſant encore que l'aire de la ſurface AC eſt à l'aire de la premiere AB, comme l'hypothénuſe AC eſt au cathete AB, il eſt clair que la ſurface AC ſera $= \frac{ff}{\text{ſin. } \varphi}$. Ayant enfin me-

né la ligne B*b* parallele à A*a*, on voit que ces deux ſurfaces auront à lutter contre la même colonne d'eau. Cela poſé, puiſque la réſiſtance de la ſurface AB ayant été trouvée $= \frac{ccfff}{4g}$, & la réſiſtance de la ſurface AC, en tant qu'elle eſt contraire au mouvement, étant $= \frac{ccfff\ \mathit{ſin.}\ \varphi^3}{4g}$, en mettant dans notre derniere formule $\frac{ff}{\mathit{ſin.}\ \varphi}$, au lieu de ff, ces deux réſiſtances ſeront entr'elles comme l'unité eſt au quarré du ſinus de l'obliquité. Il ſuit de-là que ſi l'angle BAC étoit $= 45°$, à cauſe de $\varphi = 45°$, & ſin. $\varphi^2 = \frac{1}{2}$, la réſiſtance de l'hypothénuſe AC ſeroit préciſément la moitié de celle de la ſurface AB; & ſi l'on faiſoit l'angle BAC $= 60°$, φ étant en ce cas $= 30°$, & ſin. $\varphi = \frac{1}{2}$, la réſiſtance de AC deviendroit quatre fois plus petite que celle de AB. En général, plus on augmente l'angle BAC, plus la réſiſtance de la ſurface AC deviendra petite, & s'évanouira enfin preſqu'entiérement. Car prenant l'angle BAC $= 80°$, de ſorte que $\varphi = 10°$, la réſiſtance de AC ſera 33 fois plus petite que celle de AB, & prenant cet angle BAC $= 85°$, ou, ce qui revient au même, $\varphi = 5°$, la réſiſtance ſera réduite à la 131me partie. De-là on voit comment la

réſiſtance des vaiſſeaux peut être diminuée très-conſidérablement en alongeant & rétreciſſant la proue.

§. 8. Dans cette comparaiſon nous n'avons conſidéré que la réſiſtance qui eſt directement contraire au mouvement ; ce qui eſt ſans doute ſuffiſant pour déterminer la force de la réſiſtance que les vaiſſeaux éprouvent dans leurs mouvemens progreſſifs ; & on voit déjà de quelle maniere on doit s'y prendre pour trouver cette réſiſtance, quelle que ſoit la figure du vaiſſeau. Car il ne faut que partager la ſurface de la carene en pluſieurs quadrilateres très-petits, qu'on pourra regarder comme des ſurfaces planes, & chercher l'obliquité de chacun à l'égard de la direction du mouvement. Il eſt encore néceſſaire de déterminer, dans tous ces cas, la force que la réſiſtance exerce pour incliner le vaiſſeau : on ſe ſervira pour cela de notre formule principale $\frac{ccff\ \mathit{ſin.}\ \phi^2}{4g}$, qui exprime la réſiſtance totale, & l'on en déduira par la réſolution des forces, celles qui ſont capables de produire quelque inclinaiſon. Il faut enfin ſe ſouvenir que la lettre g exprime une longueur de 16 pieds de Londres à-peu-près ; ce qui ſuffit pour ces ſortes de recherches.

CHAPITRE II.

Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans leurs routes directes.

§. 9. LORSQU'UN vaiſſeau ſe meut dans l'eau, de façon que la direction de ſon mouvement eſt parallele à ſa quille ou plutôt au grand axe de ſa carene, ſa route eſt nommée *directe*, pour la diſtinguer de toute autre route dont la direction ſeroit inclinée à celle de la quille. Nous commencerons par la route directe, & pour chercher la réſiſtance que le vaiſſeau faiſant cette route éprouvera, nous conſidérerons la figure ABCD comme repréſentant la ſection diamétrale de la carene; de ſorte que la droite AB repréſente en même tems le grand axe de la ſection, & la direction du mouvement. Nous ſuppoſerons toujours la vîteſſe $= c$, déſignant par cette lettre l'eſpace parcouru par cette vîteſſe dans une ſeconde. Cela poſé, ſoit A la proue, B la pouppe, CD la quille, & G le centre de gravité du vaiſſeau entier, par lequel faiſant paſſer la verticale GE, elle coupera la ſection d'eau AB en F, & la quille en E.

Fig. 5.

§. 10. Suppoſons d'abord que le vaiſſeau choque l'eau par ſa plus grande ſection

tranſverſale avec la vîteſſe $= c$, la direction du mouvement étant perpendiculaire à cette ſection. Dans cette ſuppoſition le vaiſſeau auroit une figure priſmatique, & toutes ces ſections tranſverſales ſeroient égales entr'elles. La proue en A ſeroit donc terminée par un plan vertical Aa, perpendiculaire à l'axe AB, & égal à la ſection tranſverſale FE, que nous conſidérerons toujours comme la plus grande. Suppoſant encore l'aire de cette ſurface $Aa = ff$, comme elle choque l'eau directement, la réſiſtance ſera $= \frac{ccff}{4g}$; & directement contraire à la direction du mouvement.

§. 11. Il eſt encore évident que la direction moyenne de cette réſiſtance paſſera par le centre de gravité de la ſurface plane Aa. Suppoſant donc ce centre en c, la ligne horizontale cd parallele à AB, ſera la direction de la force de la réſiſtance totale que le vaiſſeau éprouve en ſa route directe. Il ſuit de-là, 1°. que le mouvement du vaiſſeau ſera retardé par la force $= \frac{cc.ff}{4g}$; 2°. que la direction cd ne paſſant point par le centre de gravité G, cette même force produira un moment pour incliner le vaiſſeau autour de ſon axe tranſverſal, paſſant par le point G perpendicu-

lairement au plan diamétral repréſenté dans la figure : ce moment ſera donc $= \frac{cc.ff}{4g}.Gd$, & l'effet de ce moment ſera d'incliner le vaiſſeau vers la proue A, qui ſe plongera par conſéquent davantage dans l'eau. De plus connoiſſant la ſtabilité du vaiſſeau par rapport au même axe qu'on peut ſuppoſer $= Ms$, on pourra aſſigner l'angle $= i$ de l'inclinaiſon. Pour cet effet, il faut conſidérer que puiſque M déſigne le poids du vaiſſeau, & que le moment de force eſt exprimé par un volume d'eau, il faut réduire auſſi ce moment à un poids abſolu. Faiſant donc le volume entier de la carene $= V$, comme ci-deſſus, le moment de force deviendra $= \frac{M}{V}.\frac{cc.ff}{4g}.Gd$, lequel étant diviſé par la ſtabilité Ms, donnera le ſinus de l'inclinaiſon ſin. $i = \frac{cc.ff}{4gV}.\frac{Gd}{s}$.

§. 12. Cette réſiſtance que ſouffriroit la plus grande ſection tranſverſale, ſi elle ſe mouvoit directement dans l'eau avec la même vîteſſe que le vaiſſeau, eſt regardée comme un terme de comparaiſon auquel il faut rapporter la réſiſtance qu'une figure quelconque de la proue auroit à ſoutenir en déterminant combien de fois la réſiſtance actuelle eſt plus petite que celle de la

la ſection tranſverſale. Or on voit déjà, par ce que nous avons dit, que la réſiſtance actuelle peut devenir pluſieurs fois plus petite que celle qu'éprouveroit la ſection tranſverſale : car nous avons démontré que plus la proue eſt frappée obliquement par l'eau, plus la réſiſtance devient petite. D'où il ſuit que plus la proue d'un vaiſſeau eſt alongée, & rétrecie ſucceſſivement vers l'avant, plus ſa réſiſtance ſera diminuée. Mais comme le rétreciſſement ſe fait ordinairement, non-ſeulement des côtés vers le milieu, mais encore de bas en haut, on voit qu'il en réſultera une force par laquelle le vaiſſeau ſera pouſſé verticalement en haut, outre celle qui s'oppoſe directement à ſon mouvement. C'eſt donc ſur ces deux forces enſemble, que nous devons fixer notre attention, ſi nous voulons nous former une idée juſte de l'effet entier que la réſiſtance eſt capable de produire.

§. 13. Mais comme la recherche de ces forces exige des calculs extrêmement difficiles, lors même que les figures des vaiſſeaux ſont aſſez ſimples, & que l'on ne peut guere obtenir que des approximations, avant d'entrer dans aucun détail, il ſera bon de conſidérer la choſe en général. Soit donc ABCD la ſection diamétrale du vaiſſeau, *Fig. 6.*

ou plutôt de la carene, comme ci-deſſus, & que la ligne AC repréſente la montée de la proue depuis la quille C juſqu'à l'extrêmité A à la ſurface de l'eau; ou bien que cette ligne AC repréſente l'étrave, & que la vîteſſe avec laquelle le vaiſſeau court dans la direction BA ſoit $= c$. Il eſt d'abord évident que tous les efforts de la réſiſtance peuvent être réduits, 1°. à une force horizontale dans la direction cP, & partant, directement contraire à celle du mouvement: nous déſignerons cette force par la lettre P; 2°. à une force verticale dont la direction eſt dQ, & que nous déſignerons par la lettre Q. Il eſt bon de remarquer encore le point d'interſection R, par lequel paſſera la direction de la force RS équivalente aux deux forces précédentes; ce point pourroit être appellé le centre de la réſiſtance. L'on pourroit dire que tous les efforts de la réſiſtance ſe réduiſent à la ſeule force ſelon RS, dont la quantité ſera, comme on ſait, $= \sqrt{(P^2+Q^2)}$, ſon inclinaiſon à l'horizon ou l'angle PRS ayant pour ſa tangente la fraction $\frac{Q}{P}$. On voit de-là qu'il ſuffit de conſidérer les deux forces P & Q, qui ſont l'une & l'autre toujours proportionnelles au quarré de la vîteſſe du vaiſſeau.

§. 14. Voyons à préſent quel effet chacune de ces deux forces produira ſur le vaiſſeau. La premiere ou l'horizontale P produit, comme dans le cas précédent, un double effet ; par l'un elle s'oppoſe directement au mouvement, comme ſi elle étoit appliquée dans le centre de gravité G, & qu'elle pouſsât le vaiſſeau en arriere ; l'autre effet réſulte du moment de cette force par rapport à l'axe tranſverſal du vaiſſeau : ce moment = P. GP tend à faire incliner le vaiſſeau vers la proue A. L'autre force = Q, qui eſt verticale, produit également un double effet : l'un de ces effets eſt de pouſſer le vaiſſeau directement en haut, comme ſi elle étoit appliquée au centre de gravité G, de ſorte que le poids du vaiſſeau en ſera diminué du poids Q ; l'autre effet de cette force eſt de fournir un moment par rapport au même axe tranſverſal = Q. FQ ; la direction de ce moment étant oppoſée à celle du premier moment P. GP, il tend à donner au vaiſſeau une inclinaiſon contraire, & par conſéquent à élever la proue ; enſorte que ſi ce moment ſurpaſſe le premier, le vaiſſeau s'inclinera vers la pouppe par un moment de force = Q. FQ. — P. GP, lequel étant diviſé par la ſtabilité du vaiſſeau relative au même

axe tranſverſal, donnera le ſinus de l'inclinaiſon qui en réſultera.

§. 15. Il ſuit de ce qui vient d'être dit, que pour conſerver le vaiſſeau dans le mouvement que nous lui ſuppoſons avec la viteſſe $= c$, il faut d'abord qu'il ſoit pouſſé directement en avant par une force égale à la force P réſultante de la réſiſtance qui le pouſſe en arriere ; & de plus, comme le poids du vaiſſeau M eſt diminué par la réſiſtance, d'un poids $= Q$, il faut le charger d'un nouveau poids Q, placé dans le centre même de gravité G, afin que le lieu de ce point ne change pas. Enfin pour empêcher que le vaiſſeau ne prenne aucune inclinaiſon, on appliquera la premiere force ſuppoſée $=$ P au-deſſus du centre de gravité G, comme en H, enſorte que ſon moment P. GH devienne préciſément égal au moment Q. FQ — P. GP, qui tend à incliner le vaiſſeau en arriere. On aura donc P. GH $=$ Q. FQ — P. GP, d'où l'on tire $GH = \frac{Q}{P}$. FQ — GP, & $PH = \frac{Q}{P}$. FQ. Suppoſant donc que HK repréſente cette force $=$ P, appliquée au vaiſſeau, il eſt évident que le point H ſe trouvera préciſément dans l'interſection de l'axe vertical EG avec la véritable direction de la réſiſtance RS.

§. 16. Il n'eſt pas néceſſaire, dans la pratique, de charger le vaiſſeau d'un nouveau poids Q ; ce ſeroit ſe priver mal-à-propos de l'avantage de diminuer le poids du vaiſſeau : & comme, dans ce cas, le vaiſſeau ſeroit un peu moins calé, le creux de la carene deviendroit plus petit ; circonſtance très-favorable, en ce que la réſiſtance s'en trouveroit un peu diminuée, & qu'une moindre force ſuffiroit par conſéquent pour conſerver le vaiſſeau dans ſon mouvement.

CHAPITRE III.

Sur la maniere d'eſtimer la réſiſtance d'une proue donnée.

§. 17. Si la figure de la proue eſt telle que tous les élémens de la ſurface ſoient également inclinés à la direction du mouvement, il eſt aiſé de déterminer la réſiſtance contraire au mouvement : car pour la partie de la réſiſtance dont l'effet eſt de pouſſer le vaiſſeau vers le haut, on peut ſe paſſer de chercher à la déterminer, comme nous venons de le voir. Suppoſant donc l'aire de la ſection tranſverſale, ou de la coupe la plus large de la carene $= ff$, la

vîteſſe du vaiſſeau dans la direction de ſon grand axe BA = c, & l'angle dont la ſurface entiere de la proue eſt inclinée à la direction du mouvement = φ, la réſiſtance qui s'oppoſe au mouvement, eſt, comme on l'a vu, égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume ſeroit = $\frac{ccff\,\mathit{ſin.}\,\varphi^2}{4g}$. Or ſi la coupe la plus large couroit dans l'eau directement & avec la même vîteſſe, ſa réſiſtance ſeroit = $\frac{cc.ff}{4g}$; la réſiſtance de la proue eſt donc autant de fois plus petite que le quarré du ſinus de l'angle φ eſt plus petit que l'unité. Il ſuit de-là qu'il ſeroit poſſible de diminuer la réſiſtance autant de fois qu'on voudroit, s'il n'y avoit d'autres circonſtances également eſſentielles au vaiſſeau, qui y mettent des bornes.

§. 18. Or une telle égalité d'inclinaiſon par toute la ſurface de la proue, peut avoir lieu dans une infinité de cas. Nous en mettrons ici quelques-uns ſous les yeux. Si la coupe la plus large étoit un parallélogramme rectangle comme MNmn, & que la proue eût la figure d'un coin terminé par la ligne verticale Aa, de ſorte que toutes les ſections horizontales fuſſent des triangles AMN & amn tous égaux entr'eux, les deux faces AaMm & AaNn ſoutien-

Fig. 7.

droient en ce cas tous les efforts de l'eau ſous le même angle $FAM = FAN = \varphi$, dont le ſinus étant $= \frac{FM}{AM}$, la réſiſtance de cette figure ſera à celle de la baſe MN *m n* comme FM^2 à AM^2 : ou bien exprimant la réſiſtance de la baſe par la lettre R, celle de notre proue, ſera $= R. \frac{FM^2}{AM^2}$.

§. 19. Il en ſeroit de même ſi la coupe la plus large étant comme auparavant un parallélogramme rectangle, la proue montoit de E juſqu'en A par un plan incliné EA, de ſorte que toutes les ſections paralleles à la diamétrale, ſuivant la longueur, fuſſent des triangles rectangles égaux à AFE. Car, dans ce cas, l'angle d'obliquité ſeroit FAE, & ſon ſinus $= \frac{EF}{AE}$, d'où réſulteroit la réſiſtance $= R. \frac{EF^2}{AE^2}$, où R exprime la réſiſtance de la plus grande coupe FE. Cette même réſiſtance auroit encore lieu, ſi la plus grande coupe étoit un demi-cercle décrit du rayon EF, & la proue la moitié du cône décrit ſur cette baſe, ſon ſommet étant en A. Enfin on voit que cette réſiſtance conviendroit à une pyramide quelconque, qui auroit pour baſe un polygone circonſcrit autour de celle du *Fig. 8.*

cône dont nous venons de parler ; mais comme toutes ces figures ne conviennent pas à la pratique, il eſt inutile de s'en occuper ; il vaut mieux chercher les moyens de déterminer la réſiſtance d'une proue donnée quelconque.

Fig. 9. §. 20. Pour cet effet, ſoit CDE la moitié de la plus grande ſection ou coupe tranſverſale, & ſuppoſons qu'on faſſe dans le vaiſſeau, depuis cette coupe juſqu'à l'extrêmité de la proue, pluſieurs ſections paralleles à des diſtances données entr'elles, qu'on rapporte leurs figures par projection ſur la plus grande, dont une quelconque ſoit repréſentée par MPQN, & celle qui la ſuit vers l'avant par *mpqn*, ſuivant la méthode pratiquée par les Conſtructeurs dans les plans qu'ils font des vaiſſeaux. Il ſuffira, pour l'objet que nous nous propoſons, de conſidérer ces figures depuis la quille E juſqu'à la ſurface de l'eau CD. Qu'on tire enſuite pluſieurs lignes tranſverſales, comme RP*pr* & SQ*qs*, qui coupent les premieres lignes à-peu-près à angles droits, de ſorte que l'aire de la premiere demi-ſection CDE ſe trouve partagée par ces deux ordres de lignes en pluſieurs petits trapezes & triangles preſque rectangles, comme, par exemple, le tra-

peze $PpQq$, qu'on doit prendre ſi petit, que la portion de la ſurface de la proue, qui répond à chacune de ces figures, puiſſe être regardée comme un plan dont il s'agit de trouver l'inclinaiſon à la direction du mouvement. Cette inclinaiſon étant trouvée, on n'a qu'à multiplier la petite aire $PQpq$ par le quarré du ſinus de cette inclinaiſon, & prendre la ſomme de tous ces produits, pour avoir la valeur de la formule ff ſin. φ^2, dont le double étant multiplié par $\frac{cc}{4g}$, donnera la réſiſtance de cette proue, contraire au mouvement.

§. 21. Pour faire ces opérations, conſidérons une des ſuſdites caſes quelconques $PQpq$, décrites ſur le plan de la ſection MN; & ſuppoſant l'intervalle entre cette ſection & la ſuivante $mn = k$, élevons ſur ce plan les perpendiculaires $P\pi$ & $Q\rho = k$, les points π & ρ ſe trouveront dans la ſurface de la proue, auſſi-bien que les points P & Q; & la figure quadrilatérale $P\pi\rho Q$ repréſentera une portion de la ſurface de la proue, correſpondante à la petite aire $PpQq$ dans la figure précédente. Mais les perpendiculaires $P\pi$ & $Q\rho$ étant paralleles au grand axe de la carene, & par conſéquent à la direction du mouvement, tout

ſe réduit à déterminer l'angle dont ces lignes ſont inclinées à la ſurface Ppq Q. Or il eſt clair que ſi les angles Ppq & Qqp étoient droits, les angles $P\pi p$ & $Q\rho q$ meſureroient exactement cette inclinaiſon : donc, puiſque nous ſuppoſons ces angles à-peu-près droits, l'aberration ne ſera pas ſenſible. Cependant, comme il faut multiplier par le quarré du ſinus de l'inclinaiſon, ſi les deux angles $P\pi p$ & $Q\rho q$ ne ſont pas exactement égaux, on multipliera par le produit des ſinus de ces deux angles, leſquels ſont $\frac{Pp}{P\pi}$ & $\frac{Qq}{Q\rho}$. Nous aurons donc pour la caſe $PQpq$, ce produit $\frac{PQpq.Pp.Qq.}{P\pi.Q\rho}$. Ayant trouvé de cette maniere tous les autres produits ſemblables, on procédera, comme nous venons de l'enſeigner dans l'article précédent.

§. 22. Si l'on vouloit mettre plus d'exactitude dans ce calcul, comme il eſt poſſible que les quatre points P, Q, π, ρ, ne ſoient pas dans le même plan, on pourroit mener une diagonale $P\rho$ ou $Q\pi$, pour avoir deux triangles dont chacun ſeroit un plan, & dont on détermineroit aiſément les inclinaiſons. Mais comme, en ſuivant ce procédé, il ſeroit preſque impoſſible de

décider à laquelle des deux diagonales $P\rho$ & $Q\pi$ il faudroit donner la préférence, on ne ſauroit guere ſe flatter d'approcher plus de la vérité, qu'en ſe ſervant de notre regle. D'ailleurs toutes ces précautions n'aboutiroient qu'à des minuties auxquelles on ne ſauroit faire attention dans la pratique; & on doit être très-content d'avoir trouvé, par exemple, qu'une proue propoſée ſouffrira une réſiſtance dix fois plus petite que ſa ſection la plus large, quand même ce rapport ſeroit en effet comme $1 : 9\frac{1}{2}$, ou comme $1 : 10\frac{1}{2}$.

§. 23. Mais ce qui doit nous déterminer à abandonner cette recherche épineuſe, c'eſt qu'on ne peut ſe diſſimuler que la théorie de la réſiſtance que nous avons expoſée ici, eſt encore très-défectueuſe, & qu'on ne ſauroit compter qu'en gros ſur les réſultats qu'on en tire. Pour le premier défaut, nous l'avons déjà remarqué ci-deſſus, en rapportant que les ſimples preſſions qu'une carene ſoutient en ſe mouvant dans l'eau, ſe détruiſent mutuellement, comme il arrive effectivement dans l'état de repos; mais on s'aſſurera aiſément que cela ne peut plus avoir lieu lorſque le vaiſſeau eſt en mouvement, ſi l'on conſidere que l'eau de l'arriere du vaiſſeau devant le ſuivre & l'atteindre avant de pouvoir exercer ſa preſ-

ſion, la preſſion de l'eau ſur la pouppe d'un vaiſſeau, lorſqu'il eſt en mouvement, n'eſt pas ſi forte que lorſqu'il eſt en repos, pendant que la preſſion ſur la proue doit être à-peu-près la même dans l'un & l'autre cas. D'où il ſuit évidemment que puiſque la preſſion ſur la proue n'eſt plus contrebalancée par celle ſur la pouppe, l'effet de la réſiſtance en doit acquérir quelque accroiſſement, lequel ſera d'autant plus conſidérable, que le mouvement du vaiſſeau eſt plus rapide. On ſentira encore, pour peu qu'on y réfléchiſſe, que cet accroiſſement dépend auſſi principalement de la figure de la pouppe, qu'on a entiérement négligée dans la recherche de la réſiſtance.

§. 24. Cette circonſtance ſeule fait aſſez voir que, malgré toutes les peines qu'on pourroit ſe donner pour déterminer par cette méthode la réſiſtance d'un vaiſſeau, on ne pourroit guere ſe flatter de parvenir à un réſultat exact. Il vaut mieux, laiſſant là tous ces calculs auſſi pénibles qu'ennuyeux, chercher une formule aſſez ſimple dont on puiſſe ſe ſervir pour déterminer à-peu-près dans chaque cas la réſiſtance d'un vaiſſeau. Pour cet effet, ſuppoſant la réſiſtance de la ſection la plus large de la carene = R, comme ci-deſſus, on fera la demi-longueur de la carene, ou la

distance de AF de l'extrêmité de la proue à cette section $= a$, & sa demi-largeur $FM = b$, à laquelle est à-peu-près égale la profondeur. Maintenant si la proue étoit un parallélepipede, la résistance seroit $= R$; mais si elle étoit un cône ou pyramide terminée en A, la résistance seroit, comme on a vu ci-dessus, $R.\frac{FM^2}{AM^2} = \frac{bb}{aa+bb}.R$. Or il est clair que toutes les figures des carenes, qui sont en usage, tiennent un certain milieu entre ces deux extrêmes; de sorte que supposant la résistance actuelle d'une telle proue $= n.R$, la lettre n marquera une fraction moyenne entre l'unité 1, & la fraction $\frac{bb}{aa+bb}$. C'est donc ce milieu qu'il est question d'assigner. Il paroît, d'après quelques expériences faites sur des vaisseaux de ligne, qu'on approchera assez près de la vérité, en prenant pour n le milieu harmonique entre 1 & $\frac{bb}{aa+bb}$, lequel est $= \frac{2bb}{aa+2bb}$; & l'on pourra se servir presque toujours de cette formule, à moins que la figure de la proue ne s'écarte très-sensiblement de la figure ordinaire des proues des vaisseaux de ligne. Dans ce cas même, il ne sera pas difficile d'estimer de laquelle de nos deux limites la valeur de la résistance est la plus voisine. *Fig. 7.*

§. 25. Prenant cette formule $\frac{2bb}{aa+2bb}$. R, pour exprimer la réſiſtance des vaiſſeaux, on voit qu'elle dépend uniquement du rapport entre la longueur de la carene, & ſa largeur, les lettres *a* & *b* en déſignant les moitiés, & la lettre R exprimant la réſiſtance de la ſection la plus large de la carene, ſi elle ſe mouvoit directement dans l'eau. Nous ajouterons ici une petite Table où l'on trouvera pour chaque rapport propoſé entre la longueur & la largeur d'une carene, la valeur de la formule $\frac{2bb}{aa+2bb}$. R, ou la véritable valeur de la réſiſtance.

RAPPORT. $a : b$	RÉSISTANCE.
2 : 1	$\frac{1}{3}$. R.
$2\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{33}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{4}$. R.
3 : 1	$\frac{2}{11}$. R.
$3\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{57}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{7}$. R.
4 : 1	$\frac{1}{9}$. R.
$4\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{89}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{11}$. R.
5 : 1	$\frac{2}{27}$. R.
$5\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{129}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{16}$. R.
6 : 1	$\frac{1}{19}$. R.
$6\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{177}$. R ou à-peu-près $\frac{1}{22}$. R.
7 : 1	$\frac{2}{51}$. R.

CHAPITRE IV.

Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans la route oblique, & de la dérive en général.

§. 26. QUAND les vaiſſeaux font route pouſſés par l'action du vent, il eſt ſouvent impoſſible qu'ils ſuivent une route directe, & ils ſont obligés de filler ſuivant une direction plus ou moins différente de celle de leur grand axe : l'angle que fait alors la route du vaiſſeau avec ſon grand axe, eſt nommé *la dérive*. Nous n'entrerons pas encore dans la diſcuſſion des circonſtances qui obligent le vaiſſeau de ſuivre une route oblique, & nous ſuppoſerons ſimplement que le vaiſſeau ſe meut actuellement ſelon une telle route oblique avec une certaine vîteſſe, & nous tâcherons de déterminer la réſiſtance que l'eau lui oppoſe. Cela poſé, il eſt clair que, dans ce cas, la moyenne direction de tous les efforts que l'eau exerce ſur la ſurface de la carene, ne tombera plus dans le plan diamétral du vaiſſeau, mais qu'elle en ſera éloignée plus ou moins vers l'un ou l'autre côté ; elle ne ſera pas auſſi toujours horizontale, elle pourra être inclinée à l'horizon. De plus, il eſt ſouvent im-

poſſible de réduire toutes les preſſions élémentaires à une ſeule force qui agiſſe ſelon une certaine direction ; mais on pourra toujours les réduire à trois forces, dont les directions ſont paralleles aux trois axes principaux du vaiſſeau, leſquels ſont, 1°. l'axe horizontal tiré ſelon la longueur du vaiſſeau ; 2°. l'axe horizontal ſelon ſa largeur ; & 3°. l'axe vertical. Ces trois axes ſe croiſent dans le centre de gravité du vaiſſeau.

§. 27. Mais comme la conſidération de ces trois forces en général ſeroit trop abſtraite, & ne nous fourniroit aucune connoiſſance lumineuſe & utile, nous commencerons nos recherches, ſur ce ſujet, par un cas très-ſimple à la vérité, qui ne ſauroit avoir lieu dans la pratique, mais qui nous fournira des idées claires & préciſes ſur la nature du ſujet que nous avons à traiter. Nous ſuppoſerons à la carene la figure d'un parallelépipede rectangle repréſenté dans la dixieme figure, où AB eſt le grand
Fig. 10. axe de la carene, CD ſon petit axe, & FE l'axe vertical, qui meſure en même-tems la profondeur de la carene. Dans cette ſuppoſition toutes les ſections perpendiculaires à chacun de ces trois axes ſont des parallélogrammes rectangles ; & comme les faces qui choquent l'eau ſont verticales, tous

tous les efforts de la réſiſtance agiront ſelon des directions horizontales, & il n'en réſultera aucune force dont la direction ſoit verticale. De plus, la direction du mouvement étant toujours horizontale, quelque angle qu'elle faſſe avec le grand axe AB, toutes les ſections horizontales auront à ſoutenir les mêmes efforts de la part de l'eau. On peut donc ſe borner à conſidérer la ſeule ſection faite à fleur d'eau ACBD, & dans toutes les courſes obliques, il ſuffira de conſidérer les deux côtés de ce parallélogramme, qui ſont choqués par l'eau. Ayant trouvé les efforts que chacun de ces deux côtés ſoutient, on les multipliera par la profondeur de la carene FE, & le produit donnera la réſiſtance que cette carene éprouve de la part de l'eau.

§. 28. Suppoſant donc que le parallélogramme rectangle ACBD eſt la ſection horizontale du vaiſſeau faite à fleur d'eau, la ligne AB ſon grand axe, & CD ſon petit axe, nous ferons, pour abréger, le demi-grand axe AF $= a$, & le demi-petit axe CF $= b$. Soit de plus FX la direction oblique ſuivant laquelle ſe meut le vaiſſeau. L'angle AFX que fait cette direction avec le grand axe, & qu'on nomme la dérive du vaiſſeau, étant $= \varphi$, il eſt clair que la *Fig.* 111

face $aAa = 2b$, ſera choquée par l'eau ſous l'angle AxF ou $axX = 90° - \varphi$, dont le ſinus eſt $=$ cof. φ : d'où il ſuit que la force de l'eau ſera exprimée par $2b.$ cof. φ^2. (Cette formule devroit être multipliée par la profondeur de la carene, & par la quantité $\frac{cc}{4g}$: la lettre c déſignant la vîteſſe du vaiſſeau dans la direction FX ; & par-tout, dans la ſuite, il faut ſous-entendre cette double multiplication). Pareillement menant la droite Cc parallele à FX, on voit que la face $aCb = 2a$ ſera frappée par l'eau ſous l'angle $aCc = \varphi$; d'où l'on doit conclure la force $= 2a.$ ſin. φ^2. Ces deux forces agiſſent perpendiculairement chacune ſur la face qui lui correſpond, & chacune paſſe par le milieu de cette face. La premiere de ces forces $2b.$ cof. φ^2, pouſſera donc ſelon la direction AF, & la ſuppoſant repréſentée par la ligne Fr, elle agira comme ſi elle étoit appliquée au centre F : pareillement la ligne $Fs = 2a.$ ſin. φ^2 repréſentera la force qui agit ſur la face aCb. Achevant donc le petit rectangle $Fry s$, la diagonale Fy repréſentera la force de la réſiſtance que le vaiſſeau éprouve dans ce mouvement. Cette force entiere ſera donc $y = \sqrt{}$ ($4bb$ cof. $\varphi^4 + 4aa$ ſin. φ^4), & l'obliquité de cette force par rapport

au grand axe AB ſera l'angle BFy, dont la tangente eſt $\frac{ry}{Fr} = \frac{a.\ sin.\ \phi^2}{b.\ cos.\ \phi^2}$.

§. 29. Cette force étant trouvée, il eſt évident que pour que le vaiſſeau ſe maintienne dans le mouvement que nous lui ſuppoſons ſelon la direction FX, il faut qu'il ſoit pouſſé par une force directement contraire à celle de la réſiſtance. Continuant donc la diagonale yF vers Y, la droite FY ſera la direction de la force par laquelle il faut que le vaiſſeau ſoit pouſſé pour qu'il ſuive la route propoſée FX. Or nous venons de voir que la tangente de l'angle AFY eſt $= \frac{a.\ sin.\ \phi^2}{b.\ cos.\ \phi^2}$. Nous connoiſſons donc le rapport entre l'obliquité de la route FX, & celle de la force pouſſante FY, rapport indépendant de la viteſſe c du vaiſſeau. Mais pour avoir la force même qui eſt requiſe pour conſerver le vaiſſeau dans ce mouvement, il faut multiplier la formule trouvée $\sqrt{4aa.\ \text{sin.}\ \phi^4 + 4bb.\ \text{cos.}\ \phi^4}$, tant par la profondeur de la carene que par la quantité $\frac{cc}{4g}$, en ſe reſſouvenant que c déſigne l'eſpace que le vaiſſeau parcourt dans une ſeconde, & g la hauteur dont la gravité fait tomber les corps dans le même tems; de ſorte que cette hauteur g peut

être estimée de 16 pieds de Londres. On se rappellera encore que nous exprimons cette force par le poids d'une masse d'eau dont le volume est exprimé par la formule que nous lui assignons.

§. 30. Ce qui mérite ici le plus notre attention, c'est le rapport qui se trouve entre les deux angles AFX & AFY, ou entre l'obliquité de la route ou la dérive, que nous faisons $= \varphi$, & l'obliquité AFY de la force poussante, que nous supposerons $= \psi$; de sorte que Tang. $\psi = \frac{a \sin. \varphi^2}{b \cos. \varphi^2}$, ou bien $\frac{a}{b}$. Tang. $\varphi^2 =$ Tang. ψ. Il suit de-là que sachant le rapport des lettres a & b, il est aisé de trouver tant pour tous les angles φ, les angles ψ qui leur correspondent, que réciproquement pour tous les angles ψ, les angles φ qui leur conviennent. On a pour ce dernier cas, Tang. $\varphi = \sqrt{(\frac{b}{a}}$ Tang. $\psi)$; & comme la quantité a est ordinairement beaucoup plus grande que b, il en résulte que l'obliquité de la force poussante AFY surpasse assez considérablement la dérive ou l'angle AFX dans le plus grand nombre de cas. On voit au reste, par notre formule, que ces deux obliquités deviennent égales entr'elles lorsque Tang. φ

$= \frac{b}{a}$; car alors on aura auſſi Tang. $\psi = \frac{b}{a}$: d'où il ſuit que, ſi la dérive étoit encore moindre, l'obliquité ψ deviendroit encore plus petite; mais dès que l'ang. $\varphi > \frac{a}{b}$, ψ devient auſſi $> \varphi$. Pour rendre ceci plus clair, qu'on ſe repréſente un angle α, tel que Tang. $\alpha = \frac{a}{b}$, & on aura Tang. φ^2 = Tang. α. Tang. ψ; c'eſt-à-dire, que les trois angles α, φ & ψ, ont toujours entr'eux une telle relation, que leurs tangentes ſont en proportion géométrique, ou que Tang. φ eſt moyenne proportionnelle entre Tang. α & Tang. ψ.

§. 31. Nous venons de voir que les deux obliquités φ & ψ deviennent égales entr'elles lorſque $\varphi = \alpha$, & que dans ce cas on a auſſi $\psi = \alpha$. On voit encore qu'une telle égalité doit avoir lieu lorſque $\varphi = 0$, & lorſque $\varphi = 90$. Dans le premier de ces cas la route du vaiſſeau ſeroit directe, & dans l'autre le vaiſſeau ſe mouvroit ſelon la direction du petit axe FC, qu'on peut auſſi regarder comme directe. Puiſque dans ces trois cas de $\varphi = 0$, de $\varphi = \alpha$, & de $\varphi = 90°$, on a $\psi = \varphi$, & que dans tous les autres cas ces deux angles φ & ψ ſont différens entr'eux, on demandera ſans doute

dans quel cas la différence de ces deux angles deviendra la plus grande, ou, ce qui revient au même, dans quel cas l'angle XFY ſera le plus grand? Faiſant cette recherche ſelon les regles de l'analyſe, on trouvera que ce cas aura lieu lorſque le ſinus du double angle 2ψ eſt égal à la moitié du ſinus du double angle 2φ, ou bien lorſque ſin. $2\psi = \frac{1}{2}$ ſin. 2φ. Mais le développement de cette queſtion dépend de la réſolution d'une équation du quatrieme degré, laquelle eſt Tang. $\varphi^4 = 2$ Tang. α. Tang. $\varphi^3 - 2$ Tang. α. Tang. $\varphi +$ Tang. $\alpha^2 = 0$, dont on ne ſauroit aſſigner les racines que par approximation; de ſorte que la réſolution de cette queſtion qui paroiſſoit d'abord aſſez facile, exige pour chaque valeur de α des calculs aſſez embarraſſans.

§. 32. Tout ce que nous venons de rapporter étant tiré d'un cas qui ne ſauroit avoir lieu dans la pratique, on trouvera peut-être étrange que nous nous y arrêtions ſi long-tems. Mais nous ferons voir bientôt que la conſidération de ce cas peut nous conduire à des concluſions aſſez générales & applicables à preſque tous les vaiſſeaux. Pour cela, nous lierons avec les lettres a & b, qui marquent les deux demi-axes de notre figure, d'autres notions qui

leur peuvent également convenir. Car ſi notre figure ſe mouvoit directement ſelon le grand axe BA, la réſiſtance ſeroit $2b$; & ſi la même figure étoit mue ſelon ſon petit axe, la réſiſtance deviendroit $= 2a$: de-là on peut conclure que nos formules deviendront applicables à tous les vaiſſeaux, ſi au lieu de $2b$ on ſubſtitue la réſiſtance que le vaiſſeau ſouffriroit dans ſa route directe, & que nous nommerons P; & au lieu de $2a$, celle que le même vaiſſeau ſouffriroit s'il ſe mouvoit avec la même vîteſſe dans la direction de ſon petit axe; nous déſignerons cette réſiſtance par la lettre Q. Ainſi, étant queſtion d'un vaiſſeau quelconque, on écrira au lieu des lettres $2b$ & $2a$, les réſiſtances P & Q; & le rapport trouvé entre les deux obliquités φ & ψ, continuera d'avoir lieu: de ſorte qu'on aura Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$. Tang. φ^2. C'eſt ce qui doit être en effet; car pour peu qu'on y veuille réfléchir, on reconnoîtra que les lettres a & b ne ſont entrées dans les formules ci-deſſus, qu'en tant qu'elles exprimoient les deux réſiſtances dont nous venons de parler. Il ſuit encore de ce que nous venons d'établir, que la force ſelon la direction FY requiſe pour maintenir le vaiſſeau dans ſa route FX, ſera $= \sqrt{(P^2 \text{ ſin. } \varphi^4 + Q^2 \cdot}$

cos. φ^4). Si ces formules ne donnent pas des résultats exactement conformes à la vérité, au moins ne s'en écarteront-ils pas considérablement. Cette considération nous fournira le sujet du Chapitre suivant.

CHAPITRE V.

Sur le rapport entre les obliquités de la route d'un vaisseau, & de la force poussante.

§ 33. APRÈS ces recherches sur le rapport des deux angles φ & ψ, considérons, un vaisseau quelconque, dont les trois axes, principaux de la carene soient le grand axe, $AB = a$, le petit axe $CD = b$, & la profondeur $FE = e$; & voyons comment le rapport dont il s'agit ici pourra être exprimé uniquement par ces trois dimensions de la carene a, b & e. Déterminons d'abord par les principes établis ci-dessus, la résistance que ce vaisseau éprouveroit dans sa route directe suivant la direction de sa longueur BA. Pour cet effet, on considérera que sa plus grande section transversale CED ayant pour base $CD = b$, & pour hauteur $FE = e$, son aire sera contenue entre les limites be & $\frac{1}{2}be$; nous la supposerons par conséquent $= \frac{3}{4}be$. On verra bientôt qu'une

Fig. 12.

petite erreur, dans cette valeur moyenne, ne ſera preſque d'aucune conſéquence. Maintenant cette même aire $\frac{3}{4}be$ exprimera la réſiſtance qu'elle ſouffriroit directement dans l'eau, ſous-entendant toujours la multiplication par $\frac{cc}{4g}$: ce ſera donc la valeur de la lettre R, que nous avons employée dans le troiſieme Chapitre, pour exprimer la réſiſtance dans la route directe. Il ſuit de-là que, la raiſon $a : b$ étant la même que nous avons indiquée par les mêmes lettres, la réſiſtance que ce vaiſſeau ſouffrira dans ſa courſe directe, ſera $= \frac{2bb}{aa+2bb} \cdot \frac{3}{4}be$: c'eſt donc la même quantité que nous venons de déſigner par la lettre P ſur la fin du Chapitre précédent. On a donc $P = \frac{2bb}{aa+2bb} \cdot \frac{3}{4}be$.

§. 34. Concevons à préſent que le même vaiſſeau ſe meut avec la même vîteſſe c ſelon la direction de ſon petit axe DC : l'on comprend d'abord qu'il éprouvera une réſiſtance énorme. Pour la trouver, nous n'avons qu'à conſidérer la ſection diamétrale de la carene AEB, comme choquant directement l'eau. Cela poſé, l'aire de cette ſection étant compriſe entre les limites ae & $\frac{1}{2}ae$, nous la ſuppoſerons $= \frac{3}{4}ae$, quan-

tité qui exprimera de la même maniere la réſiſtance de cette ſection. La courbure du vaiſſeau ne diminuera pas ſenſiblement cette réſiſtance; car conſidérant ici b comme le grand axe, & a comme le petit, notre regle nous donnera dans ce cas la réſiſtance $= \frac{2aa}{2aa+bb} \cdot \frac{3}{4} ae$; réſiſtance que nous avons déſignée ci-deſſus par la lettre Q. De-là nous tirons la fraction $\frac{Q}{P} = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{(2aa+2bb)}{(aa+2bb)}$, dans laquelle la profondeur e, & le coefficient $\frac{3}{4}$, ne ſe trouvent plus. Si a eſt pluſieurs fois plus grand que b, &, à plus forte raiſon, aa plus grand que bb, cette fraction ſe réduit à fort peu près à $\frac{a^3}{2b^3}$; & comme il eſt bien difficile d'atteindre à un plus haut degré de préciſion, nous nous en tiendrons à cette derniere formule dont on pourra ſe ſervir ſans craindre aucune erreur conſidérable.

§. 35. Il ſera maintenant très-facile de remplir l'objet que nous nous propoſons. car ſuppoſons que notre vaiſſeau fait route obliquement ſelon la direction FX, & que pour le maintenir dans cette route il faut le pouſſer ſuivant la direction FY; faiſant l'angle de la premiere obliquité FX, ou la dérive du vaiſſeau AFX $= \varphi$, & l'obli-

quité de la force pouſſante FY, ou l'angle AFY $= \psi$, nous aurons pour l'expreſſion du rapport entre ces deux angles cette égalité Tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}$ Tang. φ^2, d'où l'on tirera aiſément l'angle ψ, l'autre φ étant donné. Mais ſi l'angle ψ étoit donné, pour trouver l'autre φ on auroit à réſoudre cette égalité Tang. $\varphi = \sqrt{\frac{2b^3}{a^3}}$. Tang. ψ. On pourra, comme on le voit, calculer ſans beaucoup de peine des Tables pour chaque eſpece de vaiſſeaux, & ces Tables pourront être en petit nombre, le rapport entre la longueur a & la largeur b étant compris dans preſque tous les vaiſſeaux entre les limites 3 : 1 & 6 : 1; de ſorte que les cas ſuivans de la raiſon $a : b$, ſavoir, 3 : 1; $3\frac{1}{2}$: 1; 4 : 1; $4\frac{1}{2}$: 1; 5 : 1; $5\frac{1}{2}$: 1; 6 : 1 fourniront tous les éclairciſſemens qu'on peut ſouhaiter. Et comme la dérive φ ne ſauroit jamais aller au-delà de 20 ou 30 degrés, & qu'il ſuffira de calculer ces Tables de cinq en cinq degrés, elles ſe trouveront réduites à un aſſez petit nombre de termes.

Fig. 12.

Ire Espece où AB = 3 CD.			IIde Espece où AB = 3 ½ CD.		
AFX	AFY		AFX	AFY	
5°	5°	54′	5°	9°	19′
10	22	46	10	33	41
15	44	16	15	56	59
20	60	47	20	70	36
25	71	11	25	77	54
30	77	28	30	82	2
35	81	24	35	84	34

IIIme Espece où AB = 4 CD.			IVme Espece où AB = 4 ½ CD.		
AFX	AFY		AFX	AFY	
5°	13°	46′	5°	19°	14′
10	44	51	10	54	47
15	66	29	15	78	1
20	76	44	20	80	36
25	81	49	25	84	14
30	84	39	30	86	14
35	86	21	35	87	27

Vme Eſpece où AB = 5 CD.			VIme Eſpece où AB = 5 ½ CD.		
AFX	AFY		AFX	AFY	
5°	25°	34′	5°	32°	29′
10	62	46	10	68	51
15	77	26	15	80	30
20	83	7	20	84	49
25	85	47	25	86	50
30	87	15	30	87	56
35	88	8	35	88	36

VIIme Eſpece
où AB = 6 CD.

AFX	AFY	
5°	39°	35′
10	73	25
15	82	39
20	86	1
25	87	34
30	88	25
35	88	55

§. 36. Quoique l'objet de ces Tables ſoit de faire trouver l'obliquité de la force pouſſante AFY pour chaque eſpece de vaiſſeaux, la dérive ou l'angle AFX étant

donné, on peut auſſi s'en ſervir pour trouver la dérive AFX, l'obliquité AFY étant donnée. Si, par exemple, dans la cinquieme eſpece, où AB = 5. CD, l'obliquité de la force pouſſante étoit AFY = 62°, on voit que la dérive ou l'angle AFX ſeroit à très-peu près = 10°. Mais il ſe préſente un inconvénient; les angles AFY ſautent par de trop grands intervalles, pour qu'il ſoit aiſé d'y appliquer une interpolation ſatisfaiſante. Cette queſtion cependant ſe préſentant le plus ſouvent dans la pratique, il ſera néceſſaire de calculer une autre Table où l'on puiſſe trouver pour chaque eſpece de vaiſſeaux, & pour chaque angle AFY, la vraie valeur de la dérive AFX. Il ſuffira de faire croître les angles AFY de dix en dix degrés juſqu'à 60°, delà juſqu'à 80° de cinq en cinq degrés; enfin de 80° juſqu'à 85° par degrés: il ſeroit inutile d'aller au-delà de 85°. Pour calculer cette Table on ſe ſervira de cette formule tang. $\phi = \sqrt{.}\left(\frac{2b^3}{a^3}.\text{ tang. } \psi\right)$, d'où l'on tire log. tang. $\phi = \frac{1}{2}$. log. tang. $\psi - \frac{1}{2}$. log. $\frac{a^3}{2b^3}$. Nous donnerons donc à cette Table la forme ſuivante:

TABLE pour connoître la dérive des vaiſſeaux de chaque eſpece, l'obliquité de la force pouſſante AFY *étant donnée.*

L'angle AFY	Longueur du vaiſſeau AB. 3. CD	3½. CD	4. CD	4½. CD
10°	6° 31′	5° 11′	4° 14′	3° 33′
20	9 19	7 25	6 5	5 7
30	11 41	9 19	7 39	6 25
40	14 1	11 11	9 12	7 44
50	16 33	13 16	10 55	9 11
60	19 43	15 52	13 6	11 3
65	21 43	17 31	14 29	12 15
70	24 17	19 42	16 20	13 48
75	27 44	22 39	18 51	15 56
80	32 57	27 13	22 50	19 26
81	34 22	28 29	23 57	20 25
82	35 59	29 57	25 15	21 34
83	37 49	31 38	26 45	22 54
84	40 1	33 40	28 37	24 33
85	42 37	36 9	30 52	26 36

TABLE pour connoître la dérive des vaiſſeaux de chaque eſpece, l'obliquité de la force pouſſante AFY *étant donnée.*

L'angle AFY	Longueur du vaiſſeau AB. 5. CD	5 ½. CD	6. CD.
10°	3° 2′	2° 38′	2° 19′
20	4 22	3 47	3 19
30	5 29	4 45	4 11
40	6 37	5 44	5 3
50	7 52	6 49	5 59
60	9 27	8 13	7 13
65	10 31	9 7	8 1
70	11 50	10 18	9 4
75	13 44	11 57	10 32
80	16 46	14 38	12 55
81	17 38	15 24	13 36
82	18 39	16 18	14 24
83	19 50	17 22	15 21
84	21 19	18 41	16 32
85	23 9	20 20	18 1

§. 37. Il ſera maintenant aiſé, à l'aide de cette Table, de réſoudre la queſtion dont nous avons parlé ci-deſſus, & où il s'agiſſoit d'aſſigner pour chaque eſpece de vaiſſeaux les deux obliquités ou angles AFX & AFY, tels que leur différence, ou l'angle

l'angle XFY devint le plus grand. La réſolution de ce problême eſt de la derniere importance dans l'art du Pilotage, pour pouvoir profiter de tous les vents, comme nous le montrerons plus en détail dans la Partie ſuivante. En attendant, nous rapporterons ici les deux angles AFX & AFY, qui donnent la plus grande différence pour chaque eſpece de vaiſſeaux. C'eſt ce qu'on voit dans la Table ſuivante.

Eſpece de vaiſſeaux.	L'angle AFX	L'angle AFY	Leur différ. XFY
AB = 3 CD	29° 30′	76° 53′	47° 23′
AB = 3½ CD	26 4	78 56	52 52
AB = 4 CD	23 45	80 6	56 21
AB = 4½ CD	20 0	80 36	60 36
AB = 5 CD	18 27	81 53	63 26
AB = 5½ CD	16 18	82 6	65 48
AB = 6 CD	15 4	82 50	67 46

§. 38. Nous n'avons conſidéré juſqu'ici que la direction de la force pouſſante : or des principes d'où nous l'avons tirée, on peut auſſi conclure la force requiſe pour imprimer au vaiſſeau la vîteſſe donnée *c*. Nous avons trouvé ci-deſſus (§. 32), la formule V (P^2 cof. ϕ^4 + Q^2. ſin. ϕ^4.), pour exprimer la force que nous cherchons.

Le même paragraphe nous fournit cette équation : Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$ Tang. φ^2, d'où l'on tire $P = \frac{Q.\ tang.\ \varphi^2}{tang.\ \psi}$, & par conſéquent P cof. $\varphi^2 = \frac{Q.\ fin.\ \varphi^2}{tang.\ \psi}$, & P^2 cof. $\varphi^4 = \frac{Q^2\ fin.\ \varphi^4}{tang.\ \psi^2}$ $= \frac{Q^2\ fin.\ \varphi^4\ cof.\ \psi^2}{fin.\ \psi^2}$. Subſtituant dans la formule cette derniere valeur de P^2 cof. φ^4, elle deviendra Q ſin. $\varphi^2 \sqrt{\left(\frac{cof.\ \psi^2}{fin.\ \psi^2} + 1\right)}$ $= Q$ ſin. $\varphi^2 \times \sqrt{\left(\frac{cof.\ \psi^2 + fin.\ \psi^2}{fin.\ \psi^2}\right)}$ $= \frac{Q\ fin.\ \varphi^2}{fin.\ \psi}$, expreſſion de la force pouſſante. Nous avons encore trouvé (§. 34) que la valeur de Q étoit la quantité $\frac{3}{4}\ a\ e.\ \frac{2\ a\ a}{2\ a\ a + b\ b}$, multipliée par $\frac{c\ c}{4\ g}$. L'expreſſion de la force pouſſante ſera donc $\frac{c\ c}{4\ g}.\frac{3}{4}\ a\ e.\ \frac{2\ a\ a}{2\ a\ a + b\ b}.\frac{fin.\ \varphi^2}{fin.\ \psi}$, ou ſimplement $\frac{c\ c}{4\ g}\ \frac{3}{4}\ a\ e.\ \frac{fin.\ \varphi^2}{fin.\ \psi}$, la quantité $b\ b$ pouvant être négligée relativement à $2\ a\ a$. Si la force pouſſante étoit donnée, & $= F$, on en concluroit aiſément la vîteſſe que le vaiſſeau recevra au moyen de cette égalité $\frac{c\ c}{4\ g} = \frac{4F}{3\ a\ e}.\frac{fin.\ \psi}{fin.\ \varphi^2}$. Nous venons, comme on le voit, de déterminer la grandeur de la force

pouſſante. Il reſte encore à déterminer le lieu de l'application de cette force. C'eſt ce qui va faire l'objet de nos recherches dans le Chapitre ſuivant.

§. 39. Avant de finir ce Chapitre, nous ferons obſerver un paradoxe bien ſingulier dans la formule $\sqrt{P^2 \text{ cof. } \varphi^4 + Q^2 \text{ ſin. } \varphi^4}$, qui exprime la force de la réſiſtance. Elle devient $= P$ lorſque $\varphi = 0$, & $= Q$ lorſque $\varphi = 90°$. Le premier de ces cas a lieu quand le vaiſſeau ſuit dans ſa marche la direction du grand axe BA; & le ſecond, quand il ſe meut dans la direction du petit axe CD. Il paroîtroit ſuivre de-là que puiſque Q eſt pluſieurs fois plus grand que P, la plus petite réſiſtance devroit avoir lieu dans la route directe, où la dérive φ eſt nulle. Cependant il eſt certain que la réſiſtance deviendra encore plus petite dans le cas d'une certaine dérive qui a lieu lorſque tang. $\varphi = \frac{P}{Q}$, & qui ſera par conſéquent très-petite. Car on aura alors ſin. $\varphi = \frac{P}{\sqrt{PP+QQ}}$, cof. $\varphi = \frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$, & par conſéquent $PP \text{ cof. } \varphi^4 = \frac{PPQ^4}{(PP+QQ)^2}$, & $QQ \text{ ſin. } \varphi^4 = \frac{QQP^4}{(PP+QQ)^2}$: donc PP

cos. $\varphi^4 + QQ$. sin. $\varphi^4 = \frac{PPQ^4 + QQP^4}{(PP+QQ)^2}$ $= \frac{PPQQ}{PP+QQ}$, dont la racine quarrée donne la réſiſtance $= \frac{PQ}{\sqrt{PP+QQ}}$, quantité plus petite que P, parce que $\frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$ eſt plus petit que 1. Tel eſt ce grand paradoxe : en donnant au vaiſſeau une petite dérive φ, telle que tang. $\varphi = \frac{P}{Q}$, la réſiſtance ſe trouve plus petite que dans la route directe. C'eſt le cas que nous avons déjà remarqué ci-deſſus, où l'angle XFY s'évanouit ; de ſorte que la direction de la réſiſtance eſt ici directement contraire à celle du mouvement.

CHAPITRE VI.

Sur le lieu de l'application de la force pouſſante.

§. 40 EN conſidérant, comme nous avons fait ci-deſſus, la carene comme un parallélogramme rectangle, la force de la réſiſtance s'eſt trouvée appliquée au centre même de la carene F; & quand nous avons enſuite généraliſé cette hypotheſe, les concluſions que nous en avons tirées n'ont regardé que la quantité de la réſiſtance Fy, & ſon obliquité, ou l'angle *r*F*y* que ſa direction fait avec le grand axe AB; & l'on ſe tromperoit beaucoup ſi l'on vouloit étendre cette généraliſation juſqu'au lieu de l'application. Pour ſe convaincre de cette vérité, il ne faut que ſuppoſer à la carene la figure d'un rhombe ACBD, dont le grand axe ſoit AB, & le petit CD, & le faire mouvoir dans la direction FX; enſorte que la dérive AFX ſoit moindre que l'angle ABC. Cette ſuppoſition eſt d'autant plus raiſonnable, que les dérives ne deviennent jamais très-conſidérables, & que d'un autre côté il ſuffit, pour notre objet, de trouver le vrai lieu de l'application

Fig. 11.

Fig. 13.

pour les petites dérives. Cela posé, il est clair que le vaisseau ne sera choqué par l'eau que par les deux faces de l'avant AC & AD; & comme l'obliquité d'incidence est par-tout la même sur chacune de ces faces, la moyenne direction de la force de l'eau passera par les points M & N, où elles sont divisées en deux parties égales; mais ces forces sont perpendiculaires aux faces. Menant donc les perpendiculaires MQ & NQ, elles se couperont sur le grand axe au point Q, par lequel passera la moyenne direction de ces deux forces, qui est celle de la résistance même.

§. 41. La direction de la force poussante QY passera donc en ce cas par le point Q, ou bien la force requise pour maintenir le vaisseau dans son mouvement oblique, devra être appliquée au point Q, ou plutôt à un autre point élevé perpendiculairement au-dessus de Q. Nous nous bornons ici à chercher la distance horizontale du milieu du vaisseau F, au point où l'on doit appliquer cette force, sans nous embarrasser encore de sa hauteur verticale, qui dépend de circonstances particulieres que nous développerons dans la suite. Pour déterminer le point Q, on menera CK perpendiculaire au côté AC; il est clair que le

point Q ſe trouvera au milieu de l'intervalle AK, & l'on aura cette proportion AF : FC :: FC : FK, & par conſéquent $FK = \frac{FC^2}{AF}$, & $AK = AF + \frac{FC^2}{AF}$, dont la moitié $AQ = \frac{1}{2}AF + \frac{CF^2}{2AF}$; d'où l'on conclut l'intervalle $FQ = \frac{1}{2}AF - \frac{CF^2}{2AF}$. C'eſt donc en avant du centre F de la carene en Q, que la force pouſſante doit être appliquée, & en introduiſant dans la valeur de FQ la longueur entiere $AB = a$, & la largeur entiere $CD = b$, nous aurons l'intervalle $FQ = \frac{1}{4}a - \frac{bb}{4a}$.

§. 42. Comparons maintenant les deux figures que nous avons données à la carene : celle d'un parallélogramme rectangle nous avoit fourni l'intervalle $FQ = 0$, celle d'un rhombe vient de nous donner cet intervalle $FQ = \frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$; d'où nous concluons que, toutes les figures des carenes étant également éloignées de ces deux figures extrêmes, qu'on en peut regarder comme les limites pour tous les vaiſſeaux en général, l'intervalle FQ tiendra un certain milieu entre ces deux valeurs 0 & $\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$. Nous pouvons donc, ſans craindre de nous tromper beaucoup, établir gé-

néralement cette distance FQ $= \frac{a}{8} - \frac{bb}{8a}$: s'il arrive que cette valeur devienne quelquefois un peu trop grande, & d'autres fois un peu trop petite, la différence sera presque toujours insensible, & pourra être négligée dans la pratique.

§. 43. La distance FQ étant ainsi déterminée, & la force poussante devant être appliquée dans les courses obliques au-dessus du point Q, on voit que c'est dans ce point que le mât principal du vaisseau, ou celui qu'on pourroit regarder comme équivalent à tous les mâts pris ensemble, doit être établi. Il est donc très-important de déterminer ce point avec exactitude. On voit d'abord que le mât principal doit être plus près de la proue A que de la pouppe B ; c'est ce que pratiquent les Constructeurs, & ils ne s'écartent guere d'un certain rapport entre les distances AQ & BQ, qu'ils font presque généralement comme 2 à 3 ; ce qui s'accorde assez bien avec nos déterminations : car ayant AQ $= \frac{3}{8}a + \frac{bb}{8a}$, & BQ $= \frac{5}{8}a - \frac{bb}{8a}$, le rapport entre AQ & BQ, devient $3 + \frac{bb}{aa} : 5 - \frac{bb}{aa}$, lequel rapport seroit le même que celui de 2 : 3, si l'on avoit $\frac{bb}{aa} = \frac{1}{5}$. Mais

il faut considérer que la supposition par laquelle nous avons assigné à l'intervalle FQ une valeur moyenne arithmétique entre les deux limites, pourroit bien s'écarter un peu de la vérité. Il paroît même probable que les figures réelles approchent un peu plus d'un rectangle que d'un rhombe ; ainsi supposant $FQ = \frac{2}{5}\left(\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}\right)$, on auroit $AQ = \frac{2}{5}a + \frac{bb}{10aa}$, & $BQ = \frac{3}{5}a - \frac{bb}{10aa}$. Valeurs dont le rapport sera de 2 : 3, si on néglige le très-petit terme $\frac{bb}{10aa}$. L'observation que nous venons de faire de l'accord de l'expérience avec notre théorie, ne peut que confirmer la méthode dont nous nous sommes servis.

§. 44. Voyons à présent ce qui arriveroit si la force poussante n'étoit pas appliquée dans le lieu où elle doit l'être. On voit d'abord que pour ce qui regarde le mouvement progressif du vaisseau, la résistance produiroit toujours le même effet en quelque endroit que la force fût appliquée, pourvu que ce soit sous la même direction, & qu'une force contraire en détruiroit l'effet en quelque lieu qu'elle fût appliquée. Ainsi le lieu de l'application est absolument indifférent par rapport au mou-

vement progreſſif. Mais il n'en eſt pas de même relativement à l'inclinaiſon du vaiſſeau qui dépend du moment de la force de la réſiſtance par rapport à un axe horizontal paſſant par le centre de gravité ; & quoique la force contraire fût égale à la réſiſtance, il pourroit bien arriver que l'inclinaiſon cauſée par la réſiſtance, n'en fût pas détruite, ou qu'il en réſultât même une nouvelle. C'eſt ce qui arrive ordinairement dans les routes obliques, & il ſemble preſque impoſſible d'empêcher que le vaiſſeau ne ſouffre alors une inclinaiſon très-ſenſible ; mais un vaiſſeau incliné doit ſouffrir une autre réſiſtance que celle que nous lui avons aſſignée, & il ſemble que la réſiſtance directe P en doit le plus ſouvent recevoir quelque augmentation, pendant que la latérale Q en eſt un peu diminuée : la fraction $\frac{P}{Q}$ dans la formule Tang. $\psi = \frac{P}{Q}$. Tang. φ^2, ſera donc un peu augmentée. Cela n'empêche pas que cette formule & les tables que nous en avons déduites, ne puiſſent être d'uſage. Il ne faut que diminuer un peu le rapport de la longueur à la largeur du vaiſſeau. Ainſi, ſi le vaiſſeau appartenoit à la quatrieme eſpece, il faudroit ſe ſervir des Tables de la troiſieme eſpece.

§. 45. Mais ce qui fait ici le principal objet, c'eſt le moment de la réſiſtance par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau, paſſant par ſon centre de gravité; ainſi dans la figure treizieme, où la ligne Qy repréſente la force de la réſiſtance, & où l'axe vertical paſſe par le point F, le moment de cette force eſt Qy. QF ſin. FQy, & il tend à faire tourner le vaiſſeau autour de l'axe vertical dans le ſens Aα. Il ſuit delà que ſi la force pouſſante n'eſt pas appliquée de façon que le moment qui en réſulte en ſens contraire ſoit préciſément égal à celui-là, le vaiſſeau en recevra un mouvement de rotation autour de ſon axe vertical; & ſi ce mouvement n'eſt pas détruit, le vaiſſeau ne pourra pas ſe maintenir dans la route propoſée: car ſi la différence dans le lieu de l'application de la force étoit un peu conſidérable, le gouvernail ſeul ne ſeroit pas ſuffiſant pour détruire cet effet. De-là ſuit la néceſſité d'obſerver la regle que nous venons de trouver pour le lieu de l'application de la force pouſſante; au moins à-peu-près, l'effet qui réſulteroit d'une petite aberration pouvant être détruit par l'action du gouvernail, outre que les Pilotes doivent toujours avoir quelques voiles à leur diſpoſition pour ſuppléer à l'action du gouvernail.

§. 46. Nous avons conſidéré juſqu'ici toutes ces forces comme appliquées à la ſurface de l'eau ; mais il eſt aiſé de voir que la hauteur à laquelle on applique la force pouſſante, doit être principalement miſe en conſidération lorſqu'il s'agit de l'inclinaiſon que le vaiſſeau ſouffrira par l'action tant de la réſiſtance, que par celle de la force pouſſante, étant évident que plus le lieu de l'application eſt élevé, plus le vaiſſeau en ſera incliné ; & comme dans la route oblique la direction de la force pouſſante QY eſt preſque perpendiculaire au grand axe AB, il en réſultera un moment très-conſidérable pour incliner le vaiſſeau autour de cet axe ; dont l'effet eſt d'autant plus à craindre, que la ſtabilité par rapport au même axe eſt plus petite. L'on voit delà que pour rendre les vaiſſeaux propres à ſuivre des routes obliques, il eſt néceſſaire d'augmenter leur ſtabilité par rapport au grand axe. Cette matiere ſera traitée plus particuliérement dans la Partie ſuivante.

CHAPITRE VII.

Sur l'action du gouvernail dans la route directe.

§. 47. SUPPOSANT que la figure repréſente une ſection horizontale de la carene, à une profondeur quelconque ſous la ſurface de l'eau, ſoit BA le grand axe, dont la direction eſt la même que celle du mouvement, dont la vîteſſe = c, & que l'axe vertical du vaiſſeau paſſe par le point F. Soit de plus BK le gouvernail fixé à une obliquité quelconque, meſurée par l'angle bBK, que nous ſuppoſerons = ζ. Cela poſé, il s'agit de trouver l'effet du gouvernail, pour faire tourner le vaiſſeau autour de ſon axe vertical, la méchanique nous apprenant que tous les mouvemens de rotation doivent être rapportés à un axe paſſant par le centre de gravité du corps. Ainſi nous devons premiérement chercher la force qui agit ſur le gouvernail dans cette ſituation, & enſuite en déterminer le moment par rapport à l'axe vertical FG, ou par rapport au point F. *Fig.* 14.

§. 48. Lorſque le vaiſſeau marche dans la direction BA avec la vîteſſe = c, le

gouvernail BK ſoutient le même effort que ſi l'eau le choquoit dans une direction contraire avec la même vîteſſe, en ſuppoſant néanmoins que ce choc ou ſa direction n'eſt pas troublée par la figure de la carene; car on comprend aiſément que la figure du corps du vaiſſeau peut altérer très-conſidérablement, non-ſeulement la direction, mais auſſi la vîteſſe avec laquelle l'eau frappe le gouvernail. Mais nous commencerons nos recherches ſur ce ſujet, en faiſant abſtraction de ces irrégularités; nous ſuppoſerons que l'eau vient frapper le gouvernail BK dans la direction BA ou IL avec la vîteſſe $= c$, & quand nous aurons développé ce cas, il ne ſera pas difficile d'eſtimer les aberrations qui peuvent être cauſées par les ſuſdites irrégularités.

§. 49. Le gouvernail étant un plan ſur lequel l'eau arrive par-tout ſous la même obliquité $BLI = bBK = \zeta$, la moyenne direction des efforts de l'eau paſſera par le centre de gravité de la partie de ſon aire plongée dans l'eau. Nous ſuppoſerons ce centre en L, & faiſant cette portion de l'aire $= ff$, nous aurons la force de l'eau égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume eſt égal au produit de l'aire ff par $\sin. \zeta^2$, quarré du ſinus d'incidence, mul-

tiplié par $\frac{cc}{4g}$; de ſorte que cette force ſera $= \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2, ſa direction Lb paſſant par le point L, & étant perpendiculaire au plan du gouvernail. Pour mieux juger de l'effet de cette force, nous la décompoſerons en deux latérales, ſuivant Lp parallele à l'axe AB, & ſuivant Lq qui lui eſt perpendiculaire. Nommant enſuite l'intervalle BL, l, nous aurons, à cauſe de l'angle bBL $= \zeta$, B$q = l$ cof. ζ & L$q = l$ ſin. ζ: mais l'angle L$p\,b = \zeta$, on aura donc en décompoſant la force ſelon L$p = \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^3, & celle ſelon L$q = \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2. cof. ζ; la premiere Lp s'oppoſe directement au mouvement du vaiſſeau; la ſeconde Lq pouſſe le vaiſſeau de côté, l'une & l'autre comme ſi elles étoient appliquées au centre de gravité du vaiſſeau. Tel eſt l'effet de l'action du gouvernail par rapport au mouvement progreſſif du vaiſſeau.

§. 50. Or ſelon que ces deux forces Lp, Lq tombent, au-deſſus ou au-deſſous du centre de gravité, elles fourniſſent des momens dont l'effet eſt d'incliner le vaiſſeau; la premiere Lp autour du petit axe ou de l'axe tranſverſal du vaiſſeau, & l'autre Lq autour de ſon grand axe. Mais le centre

de gravité G du vaiſſeau ſe trouvant ordinairement plus haut que le point L, ſi l'on ſuppoſe cette hauteur $FG = h$, le moment de la premiere force Lp ſera $= \frac{ccfff.h}{4g}$. ſin. ζ^3, dont l'effet eſt d'incliner le vaiſſeau vers la proue qui ſera plongée davantage dans l'eau. L'autre force Lq donne le moment $\frac{ccfffh}{4g}$. ſin. ζ^2 coſ. ζ, tendant à incliner le vaiſſeau vers le côté droit de la figure, ou vers le côté où ſe trouve le gouvernail. On remarquera que ces effets ſeront d'autant moins ſenſibles, que le centre de gravité G ſera placé plus bas dans le vaiſſeau; & comme la hauteur $FG = h$ ne ſauroit jamais être conſidérable, cet effet du gouvernail ne peut devenir dangereux: auſſi n'y fait-on ordinairement aucune attention.

§. 51. L'effet principal du gouvernail eſt le mouvement qu'il imprime au vaiſſeau autour de l'axe vertical GF; &, pour trouver ce mouvement, il faut chercher le moment des forces par rapport au même axe vertical FG. La force ſuivant Lp étant multipliée par l'intervalle $Lq = l$ ſin. ζ, donnera pour l'axe FG le moment $\frac{ccff}{4g}.l$ ſin. ζ^4, tendant à faire tourner la proue A vers la droite. L'autre force ſuivant Lq, étant

étant multipliée par l'intervalle $qF = Bq + BF$, donne un moment exprimé par ces deux termes $\frac{ccff.l}{4g}$. sin. ζ^2. cos. $\zeta^2 + \frac{ccff}{4g}$. sin. ζ^2 cos. ζ. BF, dont l'effet eſt de faire également tourner la proue vers la droite, ou vers le côté où ſe trouve le gouvernail. Ajoutons ces deux momens enſemble, leur ſomme ſera le moment entier tendant à faire tourner le vaiſſeau autour de l'axe FG dans le ſens $A\alpha$: cette ſomme eſt $\frac{ccffl}{4g}$ sin. ζ^2. $+ \frac{ccff}{4g}$. sin. ζ^2. cos. ζ. BF. Cette formule fait voir que ſi l'angle bBK étoit $= 0$, ou ſi le gouvernail étoit dans ſa ſituation naturelle, ce moment de force s'évanouiroit entiérement. Dans le cas où l'on auroit ce même angle $\zeta = 90$, le moment deviendroit $\frac{ccff.l}{4g}$, & partant très-petit, la ligne BF, qui ſurpaſſe pluſieurs fois l'intervalle l, étant ſortie du calcul.

§. 52. L'effet du gouvernail étant nul dans le cas de $\zeta = 0$, & très-petit lorſque $\zeta = 90^0$, il eſt évident qu'il doit y avoir un certain angle mitoyen qui rende cet effet le plus grand poſſible. Pour trouver cet angle, négligeons d'abord dans notre formule la partie $\frac{ccffl}{4g}$. sin. ζ^2 très-pe-

tite à l'égard de l'autre, de ſorte que la queſtion ſe réduiſe à trouver quelle valeur on doit donner à l'angle ζ, pour que la formule $\frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2. coſ. ζ. BF, ou ſimplement celle-ci ſin. ζ^2. coſ. ζ ait la plus grande valeur poſſible. Les regles de l'analyſe nous apprennent que cette plus grande valeur a lieu lorſque tang. $\zeta = \sqrt{2}$, ou lorſque ſin. $\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ & coſ. $\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$: l'angle que nous cherchons bBK doit donc être $= 54^{\circ}; 44'$; c'eſt-à-dire, que ſous cet angle le gouvernail produit le plus grand effet pour faire tourner le vaiſſeau; & le moment, en négligeant le petit intervalle l, ſera $= \frac{1}{6\sqrt{3}}$. $\frac{ccff.\,BF}{g}$. Si l'on vouloit tenir compte du petit intervalle BL $= l$, on feroit la diſtance BF $= a$, pour avoir cette formule : $\frac{ccffl}{4g}$ ſin. ζ^2. $+ \frac{ccffa}{4g}$ ſin. ζ^2. coſ. ζ, ou $\frac{ccff}{4g}$ (l ſin. $\zeta^2 + a$ ſin. ζ^2 coſ. ζ), qui doit être un *maximum*, ou ſimplement celle-ci l ſin. $\zeta^2 + a$ ſin. ζ^2 coſ. ζ. Ici les regles de l'analyſe nous conduiſent à cette égalité : 3 coſ. $\zeta^2 + \frac{2l}{a}$. coſ. $\zeta - 1 = 0$. Mais comme $\frac{l}{a}$ eſt toujours une fraction très-petite, l'angle ζ que donnera cette équation ne différera pas beaucoup du pré-

cédent, qui eſt de 54°, 44′. De-là s'enſuit cette approximation aſſez ſimple : On ajoutera à l'angle 54° 44′, autant de degrés que la quantité $\frac{23.l}{a}$ contient d'unités ; c'eſt-à-dire, qu'on fera $\zeta = 54°, 44' + \frac{23.l°}{a}$.

§. 53. Cette détermination n'a lieu qu'autant que l'eau peut arriver librement ſur le gouvernail dans la direction AB ou IL, ce qui n'a lieu qu'à la ſection horizontale la plus profonde de la carene, où elle eſt terminée par la quille. Cette partie étant preſque une ligne droite, n'empêche point l'eau d'arriver ſur le gouvernail dans la direction IL avec ſa vîteſſe entiere $= c$. Mais il n'en eſt pas de même de toute autre ſection horizontale de la carene au-deſſus de la quille ; elle aura, vers le milieu, une largeur très-conſidérable qui empêchera l'eau de couler librement ſur le gouvernail. Si la longueur BK du gouvernail étoit beaucoup plus grande que la demi-largeur de la ſection, l'eau pourroit y arriver librement au moins ſur ſon extrêmité K ; mais cette longueur BK étant ordinairement plus petite que la demi-largeur FD, l'action de l'eau ſur le gouvernail ſera d'autant plus altérée que les points qu'elle choquera ſeront

plus voiſins du point B ; ce qui ne peut que rendre la recherche de l'effet du gouvernail fort compliquée. Il faut même convenir que la théorie du mouvement des fluides n'eſt pas encore aſſez approfondie pour qu'on puiſſe déterminer l'altération que ſouffrira tant la vîteſſe que la direction d'un fluide qui paſſe auprès d'un corps ſolide. Nous tâcherons cependant de répandre ſur cette queſtion aſſez de lumiere pour diriger la pratique avec une ſûreté ſuffiſante.

Fig. 15. §. 54. Soit donc ACBD la figure d'une ſection horizontale au-deſſus de la quille, dont la longueur ſoit AB, & la largeur CD ; ſoit de plus la vîteſſe du vaiſſeau ſuivant la direction BA $= c$, comme ci-deſſus ; BK la poſition du gouvernail faiſant avec la quille l'angle $= \zeta$, & L le centre de gravité de la ſurface du gouvernail, ou du moins de la partie qui répond à cette ſection. Cela poſé, il eſt clair que l'eau ne ſauroit arriver ſur le gouvernail près du point B, que ſuivant la direction cB ; c'eſt-à-dire, ſuivant la direction des côtés de cette ſection auprès de la pouppe : d'où l'on voit que ſi cette ſection conſervoit ſa demi-largeur FC preſque juſqu'à la pouppe, & que le côté CB allât s'y join-

dre par une courbure très-considérable, l'eau aux environs de B n'auroit aucun mouvement; de sorte qu'elle n'agiroit point sur le gouvernail qui, par conséquent, ne produiroit aucun effet. Il faut donc que le côté ACB n'ait en aucune part une grande courbure, & sur-tout qu'il ne soit point anguleux; mais que la largeur FC diminue peu à peu vers le point B, avec aussi peu de courbure que les circonstances le permettent.

§. 55. Supposons donc que l'eau coule effectivement près de B suivant la direction cB, & soit l'angle $CBc = \epsilon$; & comme la longueur du gouvernail BK est toujours très-modique par rapport aux dimensions du vaisseau, nous pouvons supposer que l'eau coule selon la même direction sur tout le gouvernail BK. Soit de plus menée la ligne Li parallele à Bc, pour représenter la direction du mouvement de l'eau. Cela posé, l'angle BLI étant $= \zeta$, & l'angle $ILi = \epsilon$, l'obliquité sous laquelle le gouvernail est frappé, sera $= \epsilon + \zeta$: quant à la vîtesse, nous prouverons bientôt qu'elle n'est plus $= c$, mais $= c.$ cos. ϵ; de sorte que la formule trouvée pour le cas précédent s'appliquera aisément au cas présent, en écrivant $c.$ cos. ϵ au lieu de c, & l'an-

gle $\epsilon + \zeta$ au lieu de ζ; ce qui nous donnera pour expreſſion de la force avec laquelle le gouvernail ſera choqué par l'eau $\frac{cc.\ cof.\ \epsilon^2}{4g}.\ ff.\ \text{ſin.}\ (\epsilon+\zeta)^2$; (§. 49.). On voit par cette formule, que plus l'angle ϵ approche de 90°, plus cette force deviendra petite, & elle deviendroit nulle ſi l'angle I L *i* devenoit droit. Or c'eſt préciſément le cas où nous avons déjà remarqué que l'eau n'exerceroit aucune action ſur le gouvernail. Pour trouver le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau, on peut négliger la petite partie qui renfermoit, dans les formules ci-deſſus, la lettre *l*; l'autre partie, qui eſt la plus grande, ſe trouvera en multipliant la force tant par l'intervalle BF, que par le coſinus de l'obliquité du gouvernail, ou par coſ. ζ; de ſorte que le moment de force du gouvernail ſera, pour le cas dont il eſt queſtion, $\frac{cc.\ cof.\ \epsilon^2}{4g}.\ ff.\ \text{ſin.}\ (\epsilon+\zeta)^2.\ \text{coſ.}\ \zeta \times \text{BF}$.

§. 56. Maintenant, pour trouver l'angle ζ, ou l'obliquité du gouvernail qui produit le plus grand effet, l'analyſe nous fournit cette regle: Qu'on cherche un angle γ, tel que coſ. $\gamma = \frac{1}{3}.$ coſ. ϵ, & cet angle trouvé, qu'on prenne $\zeta = 90° - \frac{\epsilon+\gamma}{2}$. Ainſi, ſi l'angle ϵ ou I L *i* étoit de 45°, ou l'angle

CBD = 90°, on auroit cos. ζ = 7071068, & partant $\frac{1}{3}$ cos. ζ = 2357023 = cos. γ, d'où l'on tire γ = 76°, 22′; donc $\frac{\zeta+\gamma}{2}$ = 60°, 41′. Par conséquent l'angle ζ = 29°, 19′, qu'on voit être beaucoup plus petit que pour la section la plus basse de la carene, où nous avions ζ = 54°, 41′. De la valeur que nous venons de trouver, on peut déduire, en faisant ζ = 0, celle que nous avons trouvée précédemment ; car ayant alors cos. ζ = 1,0000000, nous aurons cos. γ = 0,3333333, & de-là γ = 70°, 32′; donc $\frac{\beta+\gamma}{2}$ = 35°, 16′, & partant ζ = 54°, 44′, comme on l'a trouvé ci-dessus. De-là s'ensuit une remarque bien importante pour les Pilotes, que pour obtenir le plus prompt effet du gouvernail, il faut lui donner une obliquité moindre que celle de 54°, 44′, prescrite jusqu'ici par les Géometres : car si la plus haute section de la carene demande une obliquité de 29°, 18′, pendant que la plus basse en exige une de 54°, 44′, il faut sans doute en prendre une entre ces deux limites. La moyenne arithmétique seroit = 42°, 1′; mais comme le gouvernail est beaucoup plus large en bas qu'au niveau de l'eau, & que les chocs en bas sont beaucoup plus forts qu'en haut,

l'obliquité moyenne doit beaucoup plus approcher de la plus grande limite. D'où il ſemble qu'on pourroit établir cette regle, qu'une obliquité d'environ 48° produira preſque toujours le plus grand effet ; ou bien que, pour obtenir ce plus grand effet, le Pilote doit mettre la barre du gouvernail de maniere qu'elle faſſe avec l'axe du vaiſſeau un angle de 48°, ou au moins de 45°, les différences étant preſque inſenſibles dans le voiſinage d'un *maximum.*

§. 57. Il ne nous reſte qu'à expoſer les raiſons qui nous ont déterminé à fixer à *c.* coſ. ϵ, la valeur de la vîteſſe avec laquelle l'eau frappe le gouvernail. Pour cela, nous ſuppoſerons que la poſition actuelle d'une ſection de la carene, que nous conſidérons, eſt repréſentée dans la figure par ABM, AB étant le grand axe du vaiſſeau, BM une partie quelconque de ſon côté, & partant l'angle ABM $= \epsilon$: enſuite qu'après une ſeconde de tems cette figure ſoit avancée en *abm*, par l'eſpace B*b* $=$ *c* $=$ M*m*, la vîteſſe *c* étant exprimée par l'eſpace parcouru dans une ſeconde. Dans cet état, ſi l'eau qui environnoit le vaiſſeau dans la poſition ABM, ne ſuivoit pas le vaiſſeau dans ſon mouvement, l'eſpace B*b m*M reſteroit vuide ; mais l'état de preſ-

Fig. 16.

ſion où l'eau ſe trouve, l'oblige bien promptement à ſuivre le vaiſſeau, & à remplir l'eſpace B*b m*M : cette ſucceſſion ſe fera même par le plus court chemin. Menant donc du point *m* ſur le côté BM la perpendiculaire *m*N, il eſt clair que l'eau de N ira remplir le vuide près de *m*, & cette ſucceſſion ſe faiſant dans une ſeconde par l'eſpace N*m*, ſa vîteſſe ſera exprimée par ce même eſpace : donc puiſque l'intervalle M*m* = B*b* = *c* & l'angle *m*MN = ABM = ϵ, la vraie vîteſſe de l'eau en N ſera = *c*, ſin. ϵ, ſa direction étant N*m*. Maintenant, pour trouver la vîteſſe avec laquelle l'eau frappe le gouvernail, il faut enviſager le vaiſſeau comme étant en repos, & toute la mer comme courant contre le vaiſſeau avec la vîteſſe *c* dans la direction AB. Dans cette ſuppoſition, une molécule d'eau en N, outre ſon propre mouvement de N en *m*, ſera tranſportée en *n*, en parcourant N*n* parallele & égale à *b*B. Combinant donc ce mouvement par N*n* avec ſon propre mouvement par N*m*, on achevera le parallélogramme M*m*N*n*, dont la diagonale NM repréſentera tant la direction que la vîteſſe dont l'eau en N ſe meut à l'égard du vaiſſeau. Or, M*m* = *c* & l'angle *m*MN = ϵ, cette diagonale NM ſera donc = *c*. coſ. ϵ. La vîteſſe avec laquelle

l'eau frappe le gouvernail, eſt donc en effet $= c.$ cof. ζ, comme nous l'avons ſuppoſé ci-deſſus; & comme la direction NM eſt auſſi la même que celle que nous lui avons aſſignée, cette théorie paroît ſuffiſamment établie.

CHAPITRE VIII.

Sur l'action du gouvernail dans les routes obliques.

§. 58. NOUS commencerons nos recherches ſur le ſujet que nous nous propoſons dans ce Chapitre, par les coupes horizontales les plus baſſes de la carene, qui ne contiennent que la quille du vaiſſeau. Supposant donc que la droite AB repréſente la quille, $A\alpha$ ou FX la direction du mouvement dont la vîteſſe ſoit toujours $= c$, de ſorte que l'angle AFX ſoit l'angle de la dérive, que nous nommerons comme ci-deſſus φ; ſuppoſant de plus que le gouvernail BK fait avec la quille prolongée l'angle $KBS = \zeta$, & cela dans le même ſens que la dérive AFX, il s'agit de déterminer tant la vîteſſe que la direction avec laquelle l'eau viendra frapper le gouvernail BK. Pour cela, nous ſuppoſerons le vaiſſeau en repos, & que l'eau ſe meut ſuivant la direction

Fig. 17.

« A ou XF avec une vîteſſe $= c$; il eſt d'abord clair que le corps de la quille s'oppoſant à la continuation de ce mouvement, l'eau ſera obligée de changer peu à peu de direction, à meſure qu'elle s'en approchera; de façon que, près de la pouppe en B, elle ſuivra la direction de la quille FB avec une vîteſſe diminuée, qu'on pourra eſtimer égale à $c.$ cof. φ. Mais à quelque diſtance de la quille, la direction de l'eau approchera davantage de ſa direction naturelle XF, & cela d'autant plus qu'elle ſera plus éloignée de la quille : or, le gouvernail ayant peu d'étendue, ſi l'on ſuppoſe ſon milieu en L, qu'on mene la droite IL parallele à la quille, & qu'on repréſente la direction de l'eau par la ligne iL, l'angle ILi ſera plus petit que celui de la dérive AFX $= \varphi$, & la vîteſſe par conſéquent plus grande que $c.$ cof. φ; mais comme il n'eſt guere poſſible de rien déterminer avec préciſion ſur ce ſujet, nous prendrons quelqu'autre angle θ moindre que φ, & ſuppoſant l'angle IL$i = \theta$, nous aurons la vîteſſe de l'eau $= c.$ cof. θ. La force avec laquelle l'eau choque le gouvernail, aura donc pour expreſſion $\frac{cc.\ cof.\theta^2}{4g}.\ ff.$ ſin. $(\zeta + \theta)^2$, à cauſe de l'angle d'incidence BL$i = \zeta + \theta$: ff exprimant la ſurface du gouvernail à cet

endroit, & la ligne LS perpendiculaire à cette ſurface, indiquant la direction de la force.

§. 59. On voit au reſte que dans cette recherche il faut recourir à quelque eſtime pour déterminer à-peu-près la direction de l'eau ſur le point L. Ce défaut d'exactitude ne ſera pas regardé comme un grand mal, ſi l'on conſidere qu'une détermination exacte ne ſeroit guere plus avantageuſe pour la pratique, puiſqu'il ſuffit de connoître en gros que l'eau frappera effectivement le gouvernail. Or le moment de cette force par rapport à l'axe vertical FG, en négligeant la petite portion qui dépend de l'intervalle BL, ſe trouvera comme ci-deſſus $= \frac{cc.\ cof.\ \theta^2}{4g}.\ ff.\ \text{ſin.}\ (\zeta+\theta)^2.\ \text{cof.}\ \zeta \times BF$. On voit déjà, par cette formule, que pour obtenir le plus grand effet, l'angle ζ doit être pris plus petit que $54^\circ, 44'$. Pour connoître cet angle plus exactement, on cherchera un angle η tel que $\text{cof.}\ \eta = \frac{1}{3}\ \text{cof.}\ \theta$, & on prendra $\zeta = 90^\circ - \frac{\eta+\theta}{2}$. Au reſte la dérive φ ſurpaſſant rarement 20 degrés, on pourra faire $\theta = \frac{1}{2}\varphi$, & la formule ne s'écartera pas conſidérablement de la vérité. Car θ ne ſurpaſſant pas 10 degrés, on voit qu'il n'en ſauroit réſulter aucune er-

reur ſenſible, lors même que cet angle devroit être de quelques degrés ou plus grand, ou plus petit. Prenant donc $\theta = 10°$, on aura $\pi = 70°, 50'$, & $\zeta = 49°, 35'$. Dans cette hypotheſe le premier facteur *cc.* cof. θ^2 n'eſt pas conſidérablement diminué par la multiplication de cof. θ^2 : ainſi il ſeroit inutile de prétendre à un plus haut degré de préciſion.

§. 60. Si le gouvernail étoit tourné du côté oppoſé à celui de la dérive, le cas ſeroit entiérement différent du précédent, la ſurface du gouvernail ne pouvant alors recevoir que l'eau qui vient d'au-delà de la proue A, ſuivant la direction A α. Or il eſt clair que ſi elle conſervoit ſa direction, elle ne parviendroit pas à frapper le gouvernail, quand même il ſeroit plus long qu'à l'ordinaire. Mais l'eau qui a commencé à couler ſuivant la direction A α, change peu à peu de route, & courbe ſon chemin à-peu-près ſelon la ligne $\alpha \varsigma \gamma$, de façon que quelques-uns de ſes filets parviennent à atteindre l'extrêmité du gouvernail. Il eſt vrai que la force qui en réſulte ne peut être que beaucoup plus petite que dans le cas précédent. Auſſi ne ſait-on que trop par l'expérience, qu'il eſt preſque impoſſible, en pareil cas, de faire tourner les vaiſ- *Fig. 18.*

ſeaux dans le ſens oppoſé à la dérive, par le moyen du gouvernail. Les Pilotes ſuppléent ordinairement par quelques voiles ; & il ne paroît pas comment il ſeroit poſſible de remédier autrement à cet inconvénient, à moins qu'on ne voulût établir un gouvernail à la proue. Mais des obſtacles abſolument inſurmontables s'oppoſeroient à l'emploi de ce moyen.

§. 61. Conſidérons à préſent une ſection plus élevée de la carene, dont la largeur ſoit repréſentée par la ligne CD, la longueur, comme ci-devant, par la ligne BA, la direction du mouvement par la droite FX, & la dérive par l'angle AFX = φ. Cela poſé, le gouvernail BK étant tourné du côté de la dérive, & ſon obliquité étant l'angle SBK = ζ, il eſt clair que dans ce cas l'eau peut couler plus librement ſur le gouvernail que dans la route directe, & par conſéquent qu'elle perdra moins de ſa vîteſſe : les déterminations que nous avons trouvées dans le Chapitre précédent, auront encore lieu ici. Mais comme l'obliquité d'incidence de l'eau eſt plus grande dans le cas préſent, même pour la ſection la plus baſſe de la carene, il s'enſuit que pour produire le plus grand effet, l'angle ζ doit être pris plus petit que ci-deſſus ; & *Fig.* 19.

peut-être fera-t-on bien de ne pas porter cet angle SBK au-delà de 40 degrés. Cette remarque au reſte n'eſt pas d'une grande utilité pour la pratique ; les Pilotes ſentent bien ſi le vaiſſeau obéit au gouvernail ou non, & quelle obliquité il convient de lui donner pour obtenir l'effet le plus grand & le plus prompt.

§. 62. La plus grande difficulté ſe rencontre lorſque le gouvernail BK eſt tourné du côté oppoſé à la dérive. L'on voit d'abord que l'eau coulant de la proue ſuivant la direction A*a*, peut à peine parvenir ſur le gouvernail, quoiqu'elle courbe peu à peu ſon chemin. Auſſi voit-on que dans ce cas la plupart des vaiſſeaux ſe refuſent entiérement à l'action du gouvernail, dont l'effet ſeroit toujours beaucoup plus petit que dans la route directe, quand même l'eau parviendroit à le choquer. La figure fait voir encore que plus le vaiſſeau eſt court par rapport à ſa largeur, & plus ce défaut doit être ſenſible. Mais ſi la longueur du vaiſſeau ſurpaſſe pluſieurs fois ſa largeur, & que ſon arriere ſoit bien taillé ou façonné vers le gouvernail, de façon que l'eau puiſſe aiſément gliſſer le long des côtés du vaiſſeau, ſon action ſur le gouvernail pourra devenir aſſez conſidérable ;

avantage très-considérable de cette espece de vaisseaux. Aussi voyons-nous que les constructeurs de vaisseaux sont dans l'usage de rétrecir insensiblement la figure de la poupe, en supprimant presque toute courbure, dans la vue de procurer à leurs vaisseaux l'excellente prérogative de bien obéir au gouvernail. Les constructeurs ont encore imaginé un autre moyen très-propre à remplir le même objet : ils donnent à la quille une position inclinée à l'horizon ; de façon que la poupe, & par conséquent le gouvernail, sont plongés à une plus grande profondeur que l'avant du vaisseau. Par ce moyen, l'eau arrive sur le gouvernail, & le choque dans sa partie inférieure avec plus de liberté. Il est encore en ce cas une circonstance qui facilite l'action du gouvernail, c'est que dans les routes où la dérive se trouve, par exemple, à stribord, le vaisseau penchant très-considérablement de ce côté, il arrive que la quille se trouve beaucoup plus à découvert à bas-bord ; de sorte que le corps du vaisseau n'empêche plus tant les eaux d'arriver sur le gouvernail.

§. 63. Au reste il est bon d'avertir encore, que ce que nous avons dit sur la plus grande action du gouvernail, ne doit pas être regardé comme une regle nécessaire au point qu'on

qu'on doive la ſuivre dans tous les cas où l'on a beſoin du gouvernail. Car tant qu'un vaiſſeau doit tenir la même route, l'emploi du gouvernail ne devient néceſſaire que quand la direction du vaiſſeau a été un peu changée par quelqu'accident; de ſorte qu'il ne s'agit que de le remettre à route. Or une très-petite action du gouvernail eſt le plus ſouvent ſuffiſante pour produire cet effet; & ce ſeroit mal-à-propos que dans un tel cas on chercheroit à donner au gouvernail la ſituation requiſe pour produire le plus grand effet. Ce n'eſt donc que quand il eſt queſtion de faire tourner bruſquement le vaiſſeau, qu'on doit recourir à l'action la plus efficace du gouvernail. Il faut examiner à préſent le mouvement de rotation que l'action du gouvernail imprime au vaiſſeau, & de quelle maniere elle l'imprime. C'eſt ce qui fera le ſujet du Chapitre ſuivant.

CHAPITRE IX.

Sur le mouvement de rotation que l'action du gouvernail imprime aux vaiſſeaux.

§. 64. POUR déterminer le mouvement de rotation imprimé à un vaiſſeau autour de ſon axe vertical par l'action du gouvernail, il faut, avant toutes choſes, bien déterminer le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau. Or nous venons de voir que ce moment eſt toujours exprimé par une formule de cette forme : $\frac{\alpha . cc}{4g}$. *ff*. BF ; *ff* déſignant la ſurface du gouvernail, BF la diſtance du gouvernail à l'axe vertical du vaiſſeau, *c* la vîteſſe du vaiſſeau, & α un co-efficient numérique, provenant de l'obliquité du gouvernail, de la dérive du vaiſſeau, & de la figure de la pouppe; enſorte que cette formule renferme quatre dimenſions linéaires, trois deſquelles donnent un volume d'eau, dont le poids repréſente la force, & cette force multipliée par la quatrieme ligne, donne ce qu'on appelle le moment de force. On voit de-là que ce moment eſt toujours proportionnel au quarré de la vîteſſe ; de façon que plus le mouvement du vaiſſeau

eſt rapide, plus l'effet du gouvernail deviendra grand : un vaiſſeau en repos eſt en effet inſenſible au gouvernail. Il eſt également évident que cette force eſt proportionnelle à la ſurface du gouvernail *ff;* enfin elle l'eſt encore à la diſtance BF, d'où l'on voit que plus cette diſtance eſt grande, ou plus la longueur du vaiſſeau ſurpaſſe ſa largeur, plus l'action du gouvernail eſt efficace. Les vaiſſeaux longs, outre les avantages que nous leur avons déjà remarqués, auront donc encore celui d'être plus ſenſibles au gouvernail.

§. 65. Mais la connoiſſance de ce moment ne ſuffit pas pour nous mettre en état de déterminer le mouvement imprimé au vaiſſeau, on a beſoin encore d'un autre élément tiré de la maſſe même du vaiſſeau, de la même maniere que, s'il s'agiſſoit du mouvement progreſſif, il faudroit, pour avoir ce qu'on nomme accélération, diviſer la force mouvante par la maſſe du corps. Mais étant queſtion ici d'un mouvement de rotation, il faut diviſer le moment de force par une quantité qu'on nomme le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe de rotation. Or, ſelon les regles de la méchanique, ce moment d'inertie ſe trouve en multipliant toutes les

maſſes ou poids dont le vaiſſeau eſt compoſé, chacune par le quarré de ſa diſtance à l'axe de rotation. Multipliant donc tous les poids du vaiſſeau, chacun par le quarré de ſa diſtance à l'axe vertical FG, il en réſultera un produit du poids entier du vaiſſeau M par le quarré d'une certaine diſtance moyenne entre les plus grandes & les plus petites diſtances; nous ſuppoſerons cette diſtance = k, de façon que le moment d'inertie en queſtion ſera = M*kk*. Ou bien réduiſant le poids du vaiſſeau à un volume d'eau, comme nous avons fait pour le moment de force, on écrira au lieu de M le volume de la partie ſubmergée ou de la carene, indiqué ci-deſſus par la lettre V; de ſorte que notre moment d'inertie ſera = V. *kk*. Cette formule renferme donc cinq dimenſions linéaires.

§. 66. Maintenant, pour trouver l'accélération dans le mouvement de rotation, il faut, ſelon les regles de la méchanique, multiplier le moment de force par 2*g* ou par le double de la hauteur, dont les corps tombent librement dans une ſeconde, & diviſer ce produit par le moment d'inertie du vaiſſeau; de maniere que cette accélération ſera exprimée par cette formule $\frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha ccff. \text{BF}}{\text{V}. kk}$, laquelle ayant en haut & en

bas cinq dimenſions linéaires, donne une fraction numérique, qui exprime le ſinus de la vîteſſe angulaire engendrée dans une ſeconde : il faut obſerver que nous meſurons une vîteſſe angulaire par l'angle qu'elle eſt capable de faire parcourir dans une ſeconde. De-là on comprend que l'angle dont le vaiſſeau ſera tourné dans la premiere ſeconde, ſera la moitié de la vîteſſe angulaire que nous venons de trouver. Quant au mouvement ſuivant, on ſait que les vîteſſes angulaires acquiſes ſeroient proportionnelles aux tems, & les angles parcourus par la rotation, aux quarrés des tems écoulés, ſi le vaiſſeau ne rencontroit aucune réſiſtance, & que la force mouvante demeurât la même.

§. 67. Mais auſſi-tôt que le vaiſſeau commence à tourner, & que par conſéquent ſa direction ainſi que ſa vîteſſe ſouffrent quelque changement, il eſt clair que la force de l'eau ſur le gouvernail ne ſera plus la même ; d'où il ſuit que le mouvement de rotation ne peut plus être déterminé par le même moment de force. De plus, le vaiſſeau tournant autour de ſon axe, rencontre dans l'eau une réſiſtance qui tend à diminuer ce mouvement. Cependant, tant que ce mouvement eſt encore

très lent, le changement dans la force & la réſiſtance ne ſauroit être ſenſible, & l'on peut, pour le petit tems d'une ſeconde, regarder le mouvement engendré comme d'accord avec notre formule; de ſorte qu'après une ſeconde la vîteſſe de rotation ſera à-peu-près la même que celle que nous venons d'aſſigner. Mais il ne s'agit pas tant ici d'une meſure abſolue de ce mouvement, que de la proportion qui a lieu à cet égard dans les différentes eſpeces de vaiſſeaux : ainſi connoiſſant le rapport entre les quantités ff, BF, V, & kk, pour deux vaiſſeaux différens, & les vîteſſes c avec leſquelles ils cinglent dans des circonſtances ſemblables, on eſt en état de juger lequel de ces deux vaiſſeaux obéira mieux à l'action de ſon gouvernail, & de déterminer le rapport qui aura lieu entre les vîteſſes de rotation, avec leſquelles chacun tournera autour de ſon axe vertical.

§. 68. Pour développer la nature de ce rapport nous ferons, comme ci-deſſus, la longueur de la carene à la flottaiſon $= a$, la largeur $= b$, & la profondeur $= e$, le volume de la carene V ſera à-peu-près proportionnel au produit abe. Le quarré kk dépend tant de la longueur a que de la largeur b; ainſi, on ne ſe trompera guere

en le ſuppoſant proportionnel au produit *ab*. Quant au gouvernail, ſes dimenſions ſe reglent ordinairement ſur la largeur du vaiſſeau; & comme la profondeur *e* en eſt la principale, on peut regarder la ſurface *ff* comme proportionnelle au produit *be*. Enfin, l'intervalle BF eſt évidemment proportionnel à la longueur *a*. Il ſuit de-là, que la vîteſſe de rotation engendrée dans une ſeconde ou dans un autre petit intervalle de tems, eſt proportionnelle à cette formule $\frac{\alpha cc}{ab}$: le co-efficient α renfermant les petites différences cauſées par la diverſité des conſtructions & des routes. Il paroît, par cette formule, que le mouvement de rotation ſuit la raiſon directe du quarré de la vîteſſe du ſillage, & l'inverſe du produit *ab*, ou de l'aire de la ſection d'eau. Ainſi de deux vaiſſeaux parfaitement ſemblables, dont l'un a toutes ſes dimenſions deux fois plus grandes que l'autre, la vîteſſe de rotation du plus grand ſera quatre fois plus petite que celle du plus petit, bien entendu que la vîteſſe du ſillage eſt la même dans les deux vaiſſeaux.

§. 69. Nous terminerons cette partie en diſant un mot de la force que le Pilote doit employer pour maintenir le gouvernail dans

une obliquité donnée. Pour cet effet, ſoit l'obliquité du gouvernail KBS $= \zeta$, à laquelle l'obliquité d'incidence de l'eau ſur ſa ſurface eſt à-peu-près égale; la force avec laquelle il eſt frappé, ſera $= \frac{cc}{4g} ff$ ſin. ζ^2. Multipliant cette quantité par l'intervalle BL $= l$, le point L étant le centre du gouvernail, on aura le moment par rapport à l'axe B, autour duquel le gouvernail eſt mobile. Le Pilote doit donc employer une force telle qu'étant appliquée à la barre du gouvernail, elle produiſe un moment $= \frac{cc}{4g}. ffl$ ſin. ζ^2; d'où l'on voit que le moment de force du Pilote eſt proportionnel, 1°. au quarré de la viteſſe du vaiſſeau; 2°. à la ſurface du gouvernail; 3°. à l'intervalle BL; & 4°. au quarré du ſinus de l'obliquité à laquelle il veut maintenir le gouvernail.

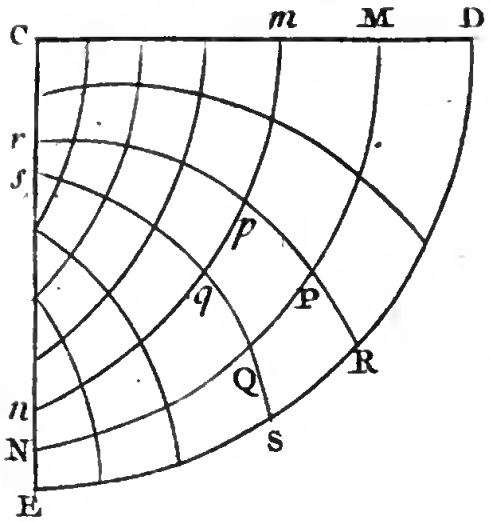


Fig. 9.

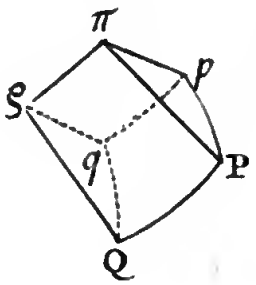


Fig. 10.

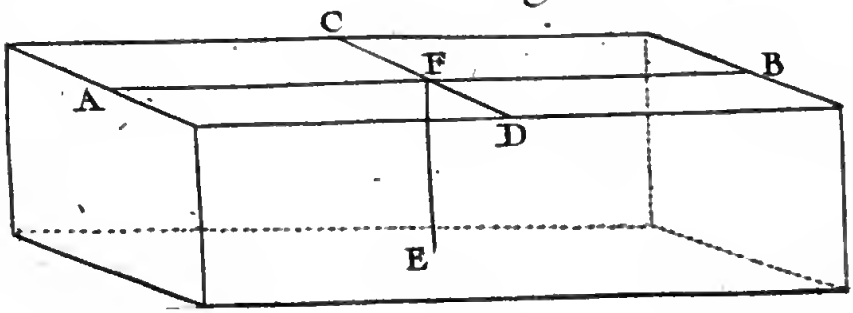


Fig. 11.

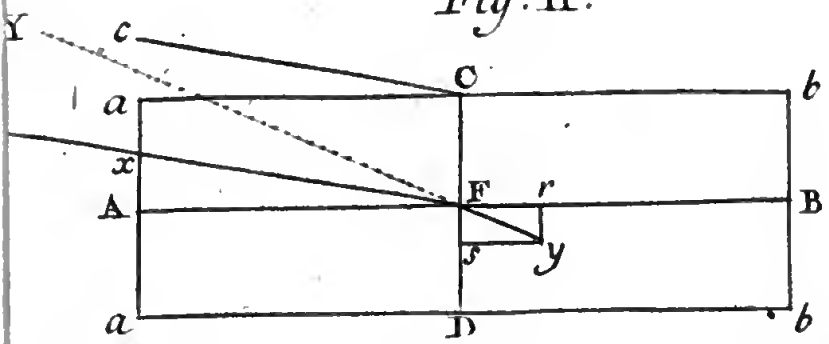


Fig 16

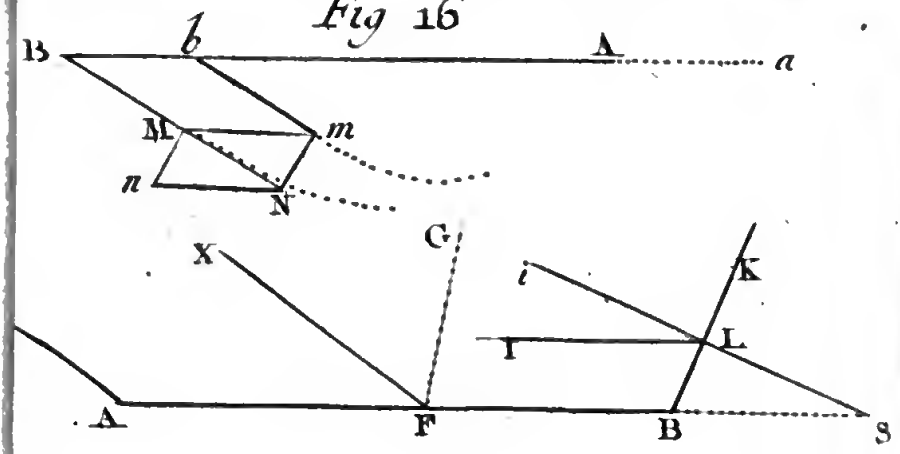


Fig. 18.

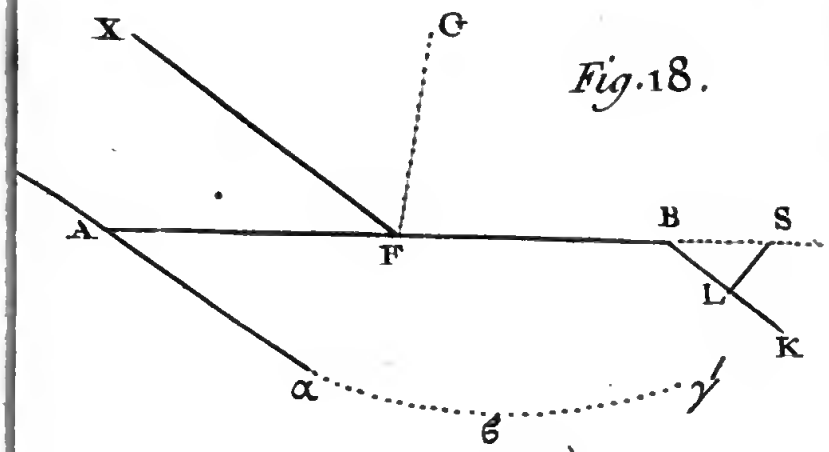
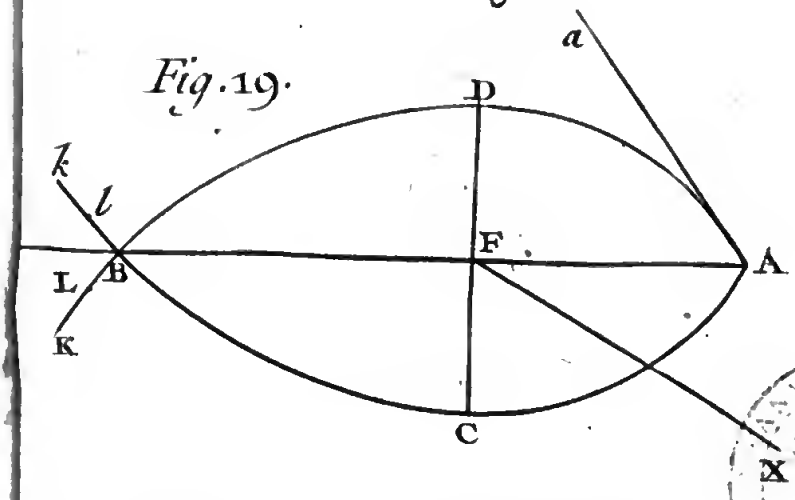


Fig. 19.



TROISIEME PARTIE,

De la Mâture & de la Manœuvre des Vaiſſeaux.

CHAPITRE PREMIER.

Sur les voiles & la force du vent.

§. 1. L'AIR eſt une matiere fluide, ſemblable à l'eau, mais beaucoup plus ſubtile. Les expériences nous ont appris que la denſité de l'air eſt environ 800 fois moindre que celle de l'eau; c'eſt-à-dire, que le poids d'un eſpace ou volume d'air eſt 800 fois plus petit que celui d'un eſpace ou volume égal d'eau. Il ſuit de-là, que lorſque l'air choque une ſurface quelconque avec une certaine vîteſſe, ſon effet eſt 800 fois plus petit que ſi elle étoit choquée par l'eau avec la même vîteſſe. Ce rapport entre les denſités de l'air & de l'eau étant connu, on peut aſſigner l'effort qu'une ſurface plane ſuppoſée $= ff$, ſoutient lorſqu'elle eſt frappée perpendiculairement par un vent dont la vîteſſe $= c$: car ayant vu que ſi la même

ſurface étoit frappée par l'eau mue avec la même vîteſſe, la force ſeroit égale au poids d'un volume d'eau $= \frac{ccff}{4g}$. Il eſt clair que la force du vent ſera égale au poids d'un volume d'eau $= \frac{ccff}{800.\ 4g}$, il faut ſe rappeller que g déſigne la hauteur d'où les corps tombent librement dans une ſeconde, & que nous meſurons toujours les vîteſſes par les eſpaces qu'elles feroient parcourir dans une ſeconde. Nous avons déterminé précédemment la force de la réſiſtance par le poids d'un volume d'eau, nous pourrons de même exprimer la force du vent par de ſemblables volumes d'eau.

§. 2. Comme il n'eſt pas facile de s'aſſurer, par obſervation, de la vîteſſe du vent ou de l'eſpace qu'il parcourt dans une ſeconde, & que d'ailleurs le vent peut changer à tout moment, feu M. *Bouguer* a imaginé un inſtrument aſſez ſimple, au moyen duquel on peut connoître avec aſſez de préciſion la force que le vent exerce ſur une ſurface donnée. Cet inſtrument eſt un tuyau creux AABB, au-dedans duquel eſt un reſſort tourné en ſpirale CD, qui ſe laiſſe comprimer plus ou moins, par une verge FSD qu'on fait entrer par un trou dans le tuyau en AA, obſervant enſuite à

Fig. 1.

quel degré différentes forces ou poids donnés ſont capables de comprimer la ſpirale, on marque ſur la verge des diviſions ; de façon que celle qu'on voit en S, indique le poids requis pour pouſſer le reſſort dans l'état CD. On joint enſuite perpendiculairement à cette verge en F une ſurface plane EFE d'une étendue donnée, comme d'un pied quarré, ou plus grande, ſelon qu'on le juge à propos. L'inſtrument ainſi diſpoſé eſt dirigé vers le vent de façon que la ſurface qui y eſt adaptée en ſoit frappée perpendiculairement ; & la marque en S indiquera le poids auquel la force du vent eſt équivalente : il ſera enſuite aiſé de réduire ce poids à un volume d'eau, comme nous avons fait juſqu'ici, pour exprimer toutes les forces. On voit de-là que rien n'eſt plus aiſé que de déterminer la force que le même vent exerce ſur une ſurface quelconque ſur laquelle il ſouffle perpendiculairement.

§. 3. Il en eſt de même lorſque le vent frappe obliquement une ſurface plane ; la force du choc diminue en raiſon du quarré du ſinus de l'obliquité. Ainſi, ſi la ſurface eſt $= ff$, la vîteſſe du vent $= c$, & l'obliquité $= \theta$, la force ſera égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume eſt $\frac{1}{300} \cdot \frac{cc}{4g} \cdot ff.$ ſin. θ^2. La direction de cette

force étant perpendiculaire à la ſurface, & paſſant par ſon centre de gravité. Au moyen de cette formule on trouvera aiſément la force que le vent exerce ſur les voiles, en ſuppoſant que les voiles ſont tellement tendues, que leur ſurface peut être regardée comme un plan dont l'aire ſoit $= ff$. Pour nous former de ceci une idée plus claire, conſidérons une voile bien tendue, dont la ſurface ſoit un pied quarré; c'eſt-à-dire, que $ff = 1$, qui ſoit frappée perpendiculairement par le vent, & dont la vîteſſe ſoit de dix pieds par ſeconde, notre formule donnera en ce cas $\frac{1}{800}$. $\frac{100}{64}$ pieds cubiques, à cauſe de $g = 16$. Cette fraction eſt $= \frac{1}{510}$, ou en parties décimales, 0,00195. Si la vîteſſe du vent étoit de 20 pieds par ſeconde, la force ſeroit $\frac{1}{128}$ d'un pied cubique; ſi elle étoit de 30 pieds, cette force ſeroit $\frac{1}{57}$. Enfin ſi le vent parcouroit 40 pieds par ſeconde, la force ſeroit la 32me partie d'un pied cubique, dont le poids eſt un peu plus que de deux livres.

§. 4. Or on ne ſauroit jamais tendre les voiles au point que leurs ſurfaces deviennent planes, ſur-tout quand le vent eſt fort, & qu'il les frappe preſque perpendiculairement. Car dans ce cas les voiles ſont courbées plus ou moins, ſelon une figure

que les Géometres ont réuſſi à déterminer. Mais il importe fort peu pour notre deſſein, de connoître cette figure ; il ſuffit de remarquer que plus une voile reçoit de courbure, plus la force du vent en eſt diminuée ; & cela par la même raiſon qu'une proue courbée ou même pointue, ſouffre une beaucoup plus petite réſiſtance qu'une proue plate. On a trouvé même que ſi la courbure d'une voile approchoit de celle d'un hémiſphere, la force du vent ſeroit réduite à la moitié de celle qu'il exerceroit ſur la ſurface d'un grand cercle de la même ſphere ; & comme la ſurface du grand cercle eſt deux fois plus petite que celle de l'hémiſphere, il s'enſuit qu'une voile courbée en hémiſphere ne reçoit du vent que la quatrieme partie de l'impulſion qu'elle recevroit ſi elle étoit plane. Il faut donc employer tous les moyens pour empêcher, ou pour diminuer au moins, la courbure des voiles, autant que les circonſtances le permettront. Or, comme il eſt toujours poſſible de concevoir une voile plane, qui produiroit la même force qu'une courbée, nous ne nous embarraſſerons plus de la courbure des voiles, & dans les recherches ſuivantes, nous les regarderons toutes comme parfaitement planes, en les ſuppoſant à proportion plus petites.

§. 5. Nous avons conſidéré juſqu'à préſent la voile comme étant en repos; mais ſi elle a auſſi un mouvement comme celui du vaiſſeau ſur lequel elle eſt déployée, il en réſulte ſouvent un changement aſſez conſidérable dans la force que le vent exerce ſur elle. Suppoſons que la voile ſoit portée ſuivant une certaine direction avec la vîteſſe $= v$, & que le vent ſouffle ſelon la même direction avec une vîteſſe plus grande $= c$, il eſt clair que le vent agira de la même maniere ſur la voile, que ſi la voile étoit en repos, & que le vent la frappât avec une vîteſſe $= c - v$; & ſi la vîteſſe du vent c étoit moindre que celle de la voile, elle ſeroit frappée par l'air du côté oppoſé. Or, ſi la direction du vent étoit contraire à celle du mouvement de la voile, le choc ſe feroit avec une vîteſſe $= c + v$: d'où l'on voit qu'il faut bien diſtinguer dans la navigation la vraie vîteſſe & la vraie direction du vent, de la direction & de la vîteſſe avec laquelle il agit ſur les voiles emportées par les vaiſſeaux. Nous nommerons vent apparent celui qui agit ſur les voiles en mouvement, pour le diſtinguer du vent vrai, qui frapperoit les voiles ſi elles étoient en repos.

§. 6. Pour expliquer cette différence en

général, ſoit la ligne ST la direction & la vîteſſe dont la voile eſt emportée ; de ſorte que cette ligne ST eſt l'eſpace qui en eſt parcouru dans une ſeconde. Suppoſons enſuite que le vent ſouffle dans la direction VS avec une vîteſſe exprimée par cette même ligne VS, laquelle repréſente par conſéquent le vent vrai. Cela poſé, il s'agit de trouver le vent apparent, ou celui qui agiroit ſur la voile en repos, de la même maniere que le vent vrai agit ſur la voile en mouvement. Pour réſoudre cette queſtion, imaginons que tout le ſyſtême a un mouvement contraire & égal à celui du vent, enſorte que le tout ſoit emporté ſelon la direction SV avec une vîteſſe repréſentée par cette même ligne. Dans cette ſuppoſition l'air ſera réduit au repos, & la voile aura un mouvement compoſé de ſon propre mouvement ST, & du mouvement ſuivant SV. Achevant donc le parallélogramme STvV, la diagonale Sv repréſentera le mouvement de la voile dans un air tranquille ; & l'action que la voile ſoutiendra ſera la même que ſi elle étoit en repos, & que le vent vînt la frapper ſuivant la direction & avec la vîteſſe vS ; de ſorte que cette diagonale vS repréſente parfaitement ce que nous nommons vent apparent. *Fig. 2.*

§. 7. Nous venons de voir que la ligne ST exprimant le mouvement de la voile, & la ligne VS celui du vent vrai, le vent apparent eſt repréſenté par la diagonale vS. Pour trouver maintenant ſon action ſur la voile, on regardera la voile comme étant en repos & frappée par le vent déſigné par cette ligne vS; & il ne faudra plus qu'appliquer à ce cas les formules que nous avons données ci-deſſus, pour déterminer la force que le vent vrai VS exerce ſur la voile emportée par ſon mouvement ST. Cela poſé, nommant la vîteſſe de la voile $ST = v$, celle du vent vrai $VS = c$, & l'angle $VST = \zeta$, la vîteſſe du vent apparent vS ſera $\sqrt{(cc + 2cv.\ cof.\ \zeta + vv)}$. Pour en trouver la direction on a $ſin.\ vST = \frac{v\ ſin.\ \zeta}{\sqrt{(cc + 2cv\ cof.\ \zeta + vv)}}$: d'où l'on déduit $tang.\ vST = \frac{v\ ſin.\ \zeta}{c + v\ cof.\ \zeta}$. Pareillement connoiſſant le vent apparent $vS = u$, le mouvement de la voile $ST = v$, & l'angle $vST = n$, on pourra déterminer le vent vrai : car on trouvera ſa vîteſſe $= c = \sqrt{(uu - 2uv.\ cof.\ n + vv)}$, & enſuite $Tang.\ \zeta = -\frac{u\ ſin.\ n}{v - u\ cof.\ n}$.

§. 8. Nous avons ici une remarque importante à faire, c'eſt que ceux qui ſe trouvent

vent ſur un vaiſſeau en mouvement, n'obſervent jamais le vent vrai, mais toujours l'apparent qui répond au mouvement du vaiſſeau. Les girouettes même & les pavillons n'indiquent que ce vent apparent, & l'inſtrument rapporté ci-deſſus n'indique de même que la force du vent apparent. Ainſi, quand il s'agit de déterminer la force que le vent exerce ſur les voiles d'un vaiſſeau, on n'a qu'à obſerver, ſur le vaiſſeau même, la direction & la vîteſſe du vent, & l'on aura, par les formules données ci-deſſus, le vent apparent qui agit de la même maniere ſur les voiles que ſi elles étoient en repos. Cette différence entre le vent vrai & l'apparent, rend raiſon d'un phénomene qui ne peut que paroître très-ſingulier, c'eſt que deux vaiſſeaux qui paſſent l'un devant l'autre en mer, obſervent des vents différens, quoique le même vent vrai ſouffle également ſur l'un & l'autre. Car ſoit ST le mouvement de l'un de ces deux vaiſſeaux, & $S'T'$ le mouvement de l'autre, pendant que tous les deux ſont pouſſés par le même vent vrai VS ou $V'S'$; ſi l'on mene les diagonales vS & $v'S'$, les girouettes du premier vaiſſeau marqueront le vent vS, & celles de l'autre vaiſſeau le vent $v'S'$, & il peut arriver que ces Fig. 3.

deux vents different entr'eux de quelques points (*)

CHAPITRE II.

Sur la mâture des vaiſſeaux, & ſur la forme de la proue, que l'action des voiles exige.

§. 9. IL n'eſt pas néceſſaire d'entrer ici dans le détail de tout ce qui regarde les mâts & la maniere dont ils portent les voiles : il ſuffit, pour notre objet, de remarquer qu'on tâche de remplir de voiles, autant qu'il eſt poſſible, tout l'eſpace au-deſſus des vaiſſeaux, afin de tirer du vent tous les efforts poſſibles pour mettre le vaiſſeau en mouvement. C'eſt dans cette vue qu'on établit pluſieurs mâts ſur les vaiſſeaux pour recevoir des voiles dans toute leur hauteur, donnant à ces voiles autant de largeur que la grandeur du vaiſſeau le permet. Souvent on place auſſi des voiles entre les mâts, ainſi que vers la proue & vers la pouppe, pour augmenter, autant qu'il eſt poſſible, les ſurfaces ſur leſquelles

(*) Le point, chez les Navigateurs, eſt un angle de 11 ¼ degrés, ou la huitieme partie d'un angle droit.

le vent puiſſe exercer ſon action. Mais, quelque grand que puiſſe être le nombre des mâts & celui des voiles, on peut toujours concevoir une ſeule voile qui, étant frappée par le vent, produiroit le même effet que toutes les voiles priſes enſemble ; de ſorte que tout ſe réduit à aſſigner, tant la grandeur de cette voile équivalente, que le lieu de ſon application.

§. 10. On voit d'abord que la ſurface de cette voile équivalente, doit égaler la ſomme de toutes les ſurfaces des voiles actuelles que nous conſidérons comme planes & paralleles entr'elles, n'y ayant aucune raiſon pour orienter les voiles différemment les unes des autres, & que les beſoins de la navigation demandent toujours que toutes les voiles ſoient expoſées également à l'action du vent ; à moins qu'on ne veuille excepter quelques petites voiles que les Pilotes tiennent à leur diſpoſition pour ſuppléer à l'action du gouvernail, lorſque les circonſtances l'exigent. Ainſi notre voile équivalente ſera toujours parallele aux voiles actuelles, & ſa ſurface égale à la ſomme de leurs ſurfaces. Il y a encore une conſidération à ajouter, c'eſt qu'on ne doit comprendre dans cette ſomme que les ſurfaces des voiles qui ſont actuellement frap-

pées par le vent, & qu'il en faut exclure celles où le vent ne ſauroit parvenir, parce qu'elles ſont couvertes par d'autres voiles antérieures; c'eſt ce qu'il eſt aiſé de reconnoître par la diſpoſition des voiles relativement à la direction du vent. Si le vaiſſeau, par exemple, a le vent arriere, il n'y a que les voiles du dernier mât qui en reçoivent l'action, celles des mâts plus avancés vers la proue ne pouvant recevoir que quelques ſouffles qui s'échappent entre les voiles qui les couvrent.

§. 11. Ayant fixé l'idée de la voile équivalente, & ſa grandeur, nous obſerverons que la direction de la force que le vent exerce ſur elle, paſſe toujours par le centre de gravité de ſa ſurface, & y eſt perpendiculaire. Ce point de la derniere importance, eſt celui que feu M. *Bouguer* a nommé le centre vélique, & ne differe pas du centre de gravité de la voile équivalente. C'eſt par ce point que paſſe la moyenne direction de toutes les forces avec leſquelles le vent agit ſur toutes les voiles actuelles. Il eſt donc très-eſſentiel de bien connoître le lieu du centre vélique. On voit d'abord que ce centre ſe trouve quelque part dans le plan diamétral du vaiſſeau continué en haut, toutes les voiles ſe trouvant ordinai-

rement partagées également de part & d'autre de ce plan, la détermination de ce point dépend par conſéquent de deux élémens, dont l'un eſt ſon élévation au-deſſus du vaiſſeau, ou plutôt au-deſſus du niveau de la mer, & dont l'autre eſt la ſituation du point du grand axe ſur lequel tombe la perpendiculaire menée du centre vélique. Nous avons déjà démontré, dans la Partie précédente, que ce point doit être un peu plus près de la proue que de la pouppe.

§. 12. Connoiſſant la ſituation & la grandeur de toutes les voiles actuelles, les principes de la Statique fourniſſent les regles ſuivantes pour déterminer le vrai lieu du centre vélique. Suppoſant la ſurface d'une voile quelconque $= K$, & l'élévation de ſon centre de gravité au-deſſus de la mer $= h$, laquelle élévation eſt meſurée par la perpendiculaire tirée de ce point à la ſurface de la mer, ſoit la diſtance de cette ligne à la pouppe $= l$, & que pour toutes les autres voiles ces mêmes quantités ſoient exprimées par ces lettres K', h', l'; K'', h'', l'', &c. Cela poſé, la hauteur du centre vélique ſera . . . . . $\frac{Kh + K'h' + K''h'' + K'''h''' + \&c.}{K + K' + K'' + K''' + \&c.}$, & l'éloignement de ce point depuis la pouppe du

vaiſſeau $\frac{Kl + K'l' + K''l'' + K'''l''' + \&c.}{K + K' + K'' + K''' + \&c.}$.

On voit au reſte que la hauteur du centre vélique dépend principalement de la hauteur des mâts qu'on ne ſauroit augmenter au-delà de certaines bornes indiquées par la groſſeur des vaiſſeaux, & par leur deſtination. Or les hautes voiles étant ordinairement beaucoup plus petites que les baſſes, il eſt évident que le centre vélique ne tombe pas au milieu de la hauteur qu'occupent les voiles, mais toujours un peu plus bas. De-là il eſt aiſé de comprendre comment les voiles actuelles doivent être diſpoſées, afin que le centre vélique tombe dans un point donné. Nous conſidérerons donc comme donnés, tant le lieu du centre vélique, que la grandeur de la voile équivalente, & nous en tirerons les regles pour perfectionner la manœuvre des vaiſſeaux.

§. 13. Soit la ſection diamétrale d'un vaiſſeau repréſenté dans la quatrieme figure, la ligne AB étant la flottaiſon ou le grand axe de la carene, la ligne LEH la quille, le point G le centre de gravité du vaiſſeau, & le point W le centre vélique, plus élevé que G de l'intervalle W*g*, & plus avancé vers la proue de l'eſpace G*g* ou F*f*. Cela poſé, puiſque la direction de la

Fig. 4.

force du vent paſſe par le centre vélique W, & que la ſurface de la voile équivalente eſt ordinairement auſſi grande que les circonſtances le permettent, il en doit réſulter un très-grand moment de force pour faire incliner le vaiſſeau ; & ce moment ſera d'autant plus grand que le centre vélique eſt plus élevé au-deſſus du centre de gravité G. Dans les routes directes, où l'on peut employer toutes les forces du vent, ce moment de force inclinera le vaiſſeau vers la proue ; & quoique la ſtabilité, par rapport à cette inclinaiſon, ſoit la plus grande, une telle inclinaiſon troublera beaucoup le mouvement du vaiſſeau. Pour prévenir cet effet, il faudroit que la réſiſtance de la proue fournît un moment de force ſemblable en ſens contraire : ce qui arrivera lorſque la moyenne direction de la réſiſtance paſſe par le même centre vélique W. Car ſoit WR la force de la réſiſtance qu'on décompoſera ſuivant la direction horizontale W*s*, & la verticale W*u*, celle-là eſt détruite par la force du vent ; de ſorte qu'il n'en réſulte plus aucun moment pour incliner le vaiſſeau. L'autre force où la verticale W*u* produit un double bon effet, en ce qu'elle pouſſe le vaiſſeau en haut, ou en diminue le poids, & par conſéquent la profondeur de la carene, & en

ce qu'étant appliquée à l'avant du centre de gravité G, elle tend à élever la proue; de ſorte que quand même le centre vélique W ſeroit encore plus élevé, il n'y auroit rien à craindre de ſon élévation. Ce bon effet pourroit être encore augmenté en donnant aux voiles mêmes quelque petite inclinaiſon à l'horizon; enſorte que la force du vent pouſsât auſſi un peu vers le haut.

§. 14. La moyenne direction de la réſiſtance paſſeroit toujours par le centre vélique W, ſi la ſurface de la proue étoit une portion de ſphere décrite du centre W avec le rayon WH ou WA. Car toutes les directions perpendiculaires à la ſurface de la proue, paſſant alors par le même point W, tous les efforts élémentaires de l'eau ſe réuniroient auſſi dans le même point, & par conſéquent leur moyenne direction WR paſſeroit par ce point; & cela arriveroit non-ſeulement dans les routes directes, mais encore dans les routes obliques, bien entendu que ce ne ſeroit que ladite portion de ſphere qui recevroit le choc de l'eau. Mais comme d'autres raiſons ne permettent point qu'on donne à la proue entiere une telle figure, il ſera toujours très-avantageux qu'au moins l'étrave HA ſoit un arc de cercle décrit du centre vélique W.

On tire de-là une regle bien facile pour donner, dans tous les cas propoſés, à l'étrave HA la figure la plus convenable depuis l'extrêmité de la quille H juſqu'à celle de la carene A. Car pour la partie au-deſſus de l'eau, il conviendra toujours de lui donner une direction à-peu-près verticale, afin que, dans les tempêtes, les flots de la mer aient moins de priſe ſur elle pour tourmenter le vaiſſeau.

§. 15. On ſe procurera les mêmes avantages dans les routes directes, en donnant à la proue la figure d'un ſolide rond, engendré par la rotation de quelque figure autour du point W, ou plutôt autour d'un axe horizontal, tiré par ce point, & parallele à l'axe tranſverſal du vaiſſeau. Pour donner à la proue une telle figure, on coupera le vaiſſeau par un plan perpendiculaire à celui de la figure, & paſſant tant par le point W, que par l'extrêmité de la quille H; faiſant tourner la figure de cette ſection autour d'un axe horizontal paſſant par W, on aura la figure qu'il faut donner à la partie ſubmergée de la proue: car pour la partie au-deſſus de l'eau, on eſt le maître de lui donner la figure que les beſoins & les circonſtances peuvent exiger.

§. 16. Quoique les avantages d'une telle figure n'appartiennent proprement qu'aux routes directes, on ne laiſſera pas d'en tirer beaucoup d'utilité dans les routes obliques. Car bien que le moment qui tend à incliner le vaiſſeau ne ſoit pas entiérement détruit, il l'eſt cependant en partie; le peu qui en reſte tend à faire incliner le vaiſſeau vers un côté: ce moment qui réſulte de la force du vent, & qui, dans les routes obliques, pouſſe le vaiſſeau de côté, eſt d'autant moins conſidérable que le vent frappe plus obliquement. Cela n'empêche pas qu'il ne faille toujours s'occuper eſſentiellement d'augmenter, autant qu'il eſt poſſible, la ſtabilité des vaiſſeaux par rapport à leur grand axe. Nous avons déjà fait voir que le moyen le plus sûr pour remplir cet important objet, eſt d'augmenter la largeur de la carene par rapport au tirant d'eau. On y parvient encore en donnant plus de longueur aux vaiſſeaux; la profondeur de la carene peut gagner par-là quelque diminution, en ſuppoſant que le poids entier du vaiſſeau demeure le même, ou reçoit un moindre accroiſſement que la longueur.

§. 17. La conſtruction que nous venons de donner pour l'étrave, eſt extrêmement ſimple & aiſée à exécuter. Cependant il ne

ſera pas inutile de donner ici quelques formules pour déterminer l'élancement & l'obliquité de la partie de l'étrave qui entre dans l'eau. Pour cela nous ferons, comme ci-deſſus, la longueur de la carene AB $= a$, la largeur $= b$, la profondeur ou le tirant d'eau EF $= e$, & l'élévation du centre vélique W au-deſſus de la flottaiſon Wf $= h$. On a vu précédemment qu'il faut prendre l'intervalle Af $= \frac{2}{5} a$; ce qui donne Ff $= \frac{1}{10} a$, en ſuppoſant le point F au milieu de l'axe AB; d'où on aura encore We $= h + e$, & Ee $= \frac{1}{10}. a$. Cela poſé, le triangle rectangle AWf, donne AW^2 $= hh + \frac{4}{25} aa$, quantité égale au quarré de la ligne WH. Retranchant donc de cette quantité le quarré de la hauteur We $= hh + 2eh + ee$, on aura eH^2 $= \frac{4}{25} aa - 2eh - ee$; & partant EH $= \frac{1}{10} a + \sqrt{\frac{4}{25} aa - 2eh - ee}$. La valeur de EH étant connue, le point H de la quille, où l'étrave commence, eſt déterminé; & retranchant la longueur EH du demi-axe AF $= \frac{1}{2} a$, on aura l'élancement de l'étrave Ah $= \frac{2}{5} a - \sqrt{\frac{4}{25} aa - 2eh - ee}$, ſa hauteur étant H$h$ $= e$. Fig. 4

§. 18. Développons cette formule pour les différentes eſpeces de vaiſſeaux qui ſont en uſage : il paroît d'abord qu'on peut ſup-

poſer en général $Wf = h = 4e$, ou la hauteur entiere $We = 5e$; une petite différence dans cet élément n'étant d'aucune conſéquence. Suppoſons enſuite la largeur $b = \frac{1}{2}e$ comme la ſtabilité l'exige; & enfin ſoit $a = nb = \frac{1}{2}ne$, le nombre indéterminé n renfermant les différentes eſpeces de vaiſſeaux. Cela poſé, l'élancement de l'étrave deviendra $Ah = ne - e\sqrt{nn-9}$. Subſtituant ſucceſſivement pour n les nombres $3, 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}, 5, 5\frac{1}{2}, 6$, on trouvera, pour les ſept eſpeces de vaiſſeaux, les élancemens de l'étrave, comme il ſuit :

I°. Si $a = 3b$, on aura $Ah = 3e$,
& $a = 7\frac{1}{2}e$.

II°. Si $a = 3\frac{1}{2}b$, on aura
$Ah = 3,5.e - e\sqrt{3,25} = 1,691.e$,
& $a = 8\frac{3}{4}e$.

III°. Si $a = 4b$, on aura
$Ah = 4b = e\sqrt{7} = 1,355.e$,
& $a = 10.e$.

IV°. Si $a = 4\frac{1}{2}b$, on aura
$Ah = 4,5.e - e\sqrt{11,25} = 1,146.e$,
& $a = 11\frac{1}{4}.e$.

V°. Si $a = 5b$, on aura
$Ah = 5.e - e\sqrt{16} = e$,
& $a = 12\frac{1}{2}.e$.

VI°. Si $a = 5\frac{1}{2}\,b$, on aura
$Ah = 5{,}5.e - e\sqrt{21{,}25} = 0{,}891.e$,
& $a = 13\frac{3}{4}.e$.

VII°. Si $a = 6\,b$, on aura
$Ah = 6.e - e\sqrt{27} = 0{,}812.e$,
& $a = 15.e$.

D'où l'on voit que plus les vaiſſeaux ſont longs, plus l'élancement de l'étrave doit être petit, à moins qu'on ne veuille hauſſer davantage le centre vélique W dans les plus longs vaiſſeaux.

CHAPITRE III.

Sur le mouvement des vaiſſeaux dans leurs routes directes.

§. 19. POUR qu'un vaiſſeau puiſſe cingler ſuivant la direction de ſon grand axe ou de ſa quille, il faut que la force qui le pouſſe agiſſe ſuivant la même direction: toutes les voiles doivent donc être tellement diſpoſées, que leurs plans ſoient perpendiculaires au grand axe du vaiſſeau, afin que les directions des forces qu'elles reçoivent de l'impulſion du vent, deviennent paralleles au même axe. Soit AB le grand axe du vaiſſeau, A la proue, & B la pouppe; *Fig.* 5.

& que la ligne SF*s* perpendiculaire à cet axe repréſente la voile équivalente dont la ſurface $= ff$. Cela poſé, le vaiſſeau, dans cette diſpoſition, ſera mis en mouvement ſuivant la direction BA de ſon grand axe, tant que le vent pourra frapper par derriere la voile SF*s* : ce qui arrive dans tous les cas où la direction du vent VF fait avec l'axe BF un angle aigu vers l'un ou l'autre côté. Car il eſt clair que dès que l'angle BFV devient droit, la voile n'en eſt plus frappée, & que, ſi le vent venoit du côté UF, le vaiſſeau ſeroit pouſſé en arriere.

§. 20. Suppoſons d'abord l'angle BFV évanouiſſant, ou que le vaiſſeau a le vent en pouppe, & que la vîteſſe du vent eſt $= c$. Suppoſons encore que le vaiſſeau a déjà acquis une vîteſſe $= v$ ſuivant la même direction BA. Puiſque la voile SF*s* a le même mouvement, elle ne ſera frappée du vent qu'avec l'excès de ſa vîteſſe ſur celle du vaiſſeau, ou bien la vîteſſe apparente ſera $= c - v$; mais la direction de cette vîteſſe eſt perpendiculaire à la voile; la force qui en réſulte ſera donc égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume eſt $\frac{1}{800} \cdot \frac{(c-v)^2}{4g} \cdot ff$. L'effet de cette force ſeroit d'accélérer le mouvement du vaiſſeau s'il ne rencontroit aucune réſiſtance.

§. 21. Suppoſant à préſent que le vaiſſeau rencontre dans l'eau la même réſiſtance qu'éprouveroit une ſurface plane $= rr$, qui frapperoit l'eau perpendiculairement avec la même vîteſſe v, il en réſulteroit une réſiſtance $= \frac{vv}{4g}. rr$. Or, ſi la force pouſſante étoit plus grande que cette réſiſtance, le mouvement ſeroit accéléré; & ſi elle étoit moindre, il ſeroit retardé. Donc pour que le vaiſſeau cingle avec une vîteſſe uniforme, il faut que la force pouſſante ſoit égale à la réſiſtance: de-là nous tirons cette équation $\frac{1}{800}. \frac{(c-v)^2}{4g} ff = \frac{vv}{4g}. rr$; & en extrayant la racine quarrée $(c-v).f = vr. \sqrt{800}$, d'où l'on tire la vîteſſe du vaiſſeau $v = \frac{cf}{f + r.\sqrt{800}}$; cette expreſſion fait voir que, dans le cas que nous conſidérons, le vaiſſeau recevra une vîteſſe qui ſera toujours beaucoup plus petite que la vîteſſe du vent c. L'on voit de plus quelle devroit être la ſurface des voiles pour que le vaiſſeau acquiere la moitié où le tiers, ou quelque autre partie qu'on voudra de la vîteſſe du vent. Pour la moitié, il faudroit que $f = r. \sqrt{800}$, & $ff = 800. rr$; pour que v devienne $= \frac{1}{3} c$, il faudroit que f fût $= \frac{1}{2} r. \sqrt{800}$, ou $ff = 200. rr$; & pour que v devienne $= \frac{1}{4} c$, f doit être

$= \frac{1}{3} r. \sqrt{800}$, ou $ff = \frac{800}{9}. rr = 88\frac{8}{9} rr$. Enfin ſi l'on demandoit une vîteſſe $v = \frac{2}{3} c$, on trouveroit $f = 2r. \sqrt{800}$, ou $ff = 3200. rr$; d'où l'on voit que dès qu'on aura atteint un certain degré de vîteſſe, ce ne ſeroit preſque plus la peine d'augmenter les voiles pour en acquérir une plus grande.

§. 22. Conſidérons à préſent un vent quelconque ſoufflant dans la direction VF, avec la vîteſſe vraie $= c$, ſous l'obliquité $BFV = \theta$, & ſuppoſons la vîteſſe du vaiſſeau $= v$. Pour trouver la vîteſſe apparente du vent, nous repréſenterons par la droite VF la vîteſſe c; faiſant enſuite $FT = v$, & achevant le parallélogramme $VFTv$, la diagonale vF repréſentera le vent apparent qui agit ſur la voile. Or on a vu ci-deſſus qu'à cauſe de l'angle $BFV = \theta$, on aura $vF = \sqrt{(cc - 2cv \text{ cof. } \theta + vv)}$: mais l'angle FTv étant $= \theta$, & $Tv = VF = c$, on aura, en abaiſſant de v ſur TF la perpendiculaire vu, $vu = c. \text{ ſin. } \theta$, & $Tu = c. \text{ cof. } \theta$; & partant $Fu = c. \text{ cof. } \theta - v$: d'où l'on tire tang. $BFv = \frac{vu}{Fu} = \frac{c. \text{ ſin. } \theta}{c. \text{ cof. } \theta - v}$, & par conſéquent . . . . . ſin. $BFv = \frac{c. \text{ ſin. } \theta}{\sqrt{(cc - 2cv. \text{ cof. } \theta + vv)}}$, & cof. $BFv = \frac{c. \text{ cof. } \theta - v}{\sqrt{(cc - 2cv. \text{ cof. } \theta + vv)}}$.

§. 23. Soit donc dans la cinquieme figure *v*F le vent apparent par lequel la voile eſt actuellement frappée, ſa vîteſſe vient d'être trouvée $vF = \sqrt{(cc - 2cv.\ cos.\theta + vv)}$, & le coſinus de l'angle . . . . . BF$v = \frac{c\ cos.\theta - v}{\sqrt{(cc - 2cv.\ cos.\theta + vv)}}$. Or ce coſinus eſt le ſinus d'incidence, ou le ſinus de l'angle *v*FS, lequel, étant multiplié par la vîteſſe, donne le produit $= c.\ cos.\theta - v$, dont le quarré diviſé par $4g$, doit être encore multiplié par la ſurface des voiles ff, & diviſé par 800, pour avoir enfin la force pouſſante, dont l'expreſſion ſera par conſéquent $\frac{1}{800}.\frac{(c.\ cos.\theta - v)^2}{4g}.ff$. Cette valeur égalée comme ci-deſſus à la réſiſtance $\frac{v^2}{4g}rr$, donne $v = \frac{c.\ cos.\theta.f}{f + r.\sqrt{800}}$. D'où l'on voit que cette formule ne differe de la précédente qu'en ce qu'au lieu de *c* on a ici *c*. coſ. θ : ce qu'une légere attention auroit pu d'abord nous faire connoître. Car le vrai vent VF étant décompoſé ſelon les directions FB & FS, il eſt clair que la vîteſſe ſuivant FB, qui eſt *c*. coſ. θ, doit être diminuée de la vîteſſe du vaiſſeau *v*; d'où il ſuit que la vîteſſe du vaiſſeau *v* eſt toujours non-ſeulement beaucoup plus petite que la vîteſſe du vent *c*, mais encore plus petite que *c*. coſ. θ.

Fig. N

§. 24. On voit de-là que plus l'obli-

quité du vent ou l'angle BFV approche d'un droit, plus la vîteſſe du vaiſſeau ſera petite, & cela en raiſon du coſinus de cet angle. Mais il faut remarquer qu'on ſuppoſe que la quantité *ff* qui renferme toutes les voiles frappées du vent, eſt la même. Il ſe préſente ici un paradoxe très-ſingulier; ſavoir, qu'un vent oblique eſt capable d'imprimer au vaiſſeau une vîteſſe plus grande qu'un vent direct ſelon la direction BF: cela arrive quand le vaiſſeau a pluſieurs mâts garnis de voiles; car dans ce cas, lorſque le vent ſouffle dans la direction directe BF, il ne ſauroit frapper que les voiles du dernier mât: celles des mâts de l'avant demeurent inutiles. Mais dès que le vent a quelque obliquité, il pourra auſſi frapper les voiles de l'avant, ou dans toute leur étendue, ou du moins en partie; ainſi, il peut arriver que la diminution cauſée par l'obliquité, ſoit amplement compenſée par le plus grand nombre de voiles expoſées à l'action du vent. Il ſuit de-là qu'il faut, dans ce cas, avoir ſoin de donner à la quantité *ff* ſa juſte valeur, en eſtimant avec préciſion toutes les voiles qui ſe trouvent actuellement frappées par le vent: ainſi, plus l'obliquité du vent ſera grande, plus il faudra augmenter la valeur de *ff* d'après les circonſtances que le nombre des mâts & leur diſtance feront aiſément connoître.

§. 25. Après cette exposition générale de la théorie, faisons-en l'application aux différentes especes de vaisseaux qui sont en usage. Ayant fait, comme ci-dessus, la longueur de la carene AB $= a$, la largeur $= b$, & la profondeur $= e$, on se rappellera que la valeur de rr, qui indique la surface plane qui éprouveroit dans l'eau la même résistance que le vaisseau rencontre effectivement, a été trouvée à-peu-près $= \frac{3}{4} be. \frac{2.b^2}{a^2 + 2b^2}$. A l'égard des voiles, on supposera, comme ci-dessus, la hauteur du centre vélique au-dessus de la flottaison $h = 4.e$; on en retranchera environ $1.e$, pour avoir l'élévation de ce centre au-dessus du tillac, laquelle sera par conséquent $= 3.e$; la hauteur des voiles sera donc à-peu-près $= 6.e$, & comme leur largeur dépend de celle du vaisseau, on pourra exprimer la surface des voiles d'un mât par la quantité $6.be$, ou parce qu'on a le plus souvent $e = \frac{2}{5} b$, par $\frac{12}{5}. bb$. Mais il convient de retrancher quelque chose à cause de la courbure des voiles, par laquelle l'action du vent est affoiblie : nous réduirons donc l'expression de la surface des voiles d'un mât à $2bb$; de façon que nous aurons, pour les trois mâts principaux, une surface $= 6.bb$. Il suit de-là que dans le cas de vent en pouppe, on ne sauroit sup-

poſer ff plus grande que $2bb$. Dans les cas de vents obliques cette valeur pourra croître juſqu'à $6.bb$. Nous ſuppoſerons donc en général $ff = \alpha.bb$.

§. 26. Ayant donc $ff = \alpha.bb$, & $rr = \frac{3}{4}.be.\frac{2b^2}{a^2+2b^2}$, ou bien, à cauſe de $e = \frac{2}{5}b$, $rr = \frac{3}{10}.bb.\frac{2b^2}{a^2+2b^2} = \frac{3.b^4}{5(a^2+2b^2)}$. On ſubſtituera ces valeurs dans l'expreſſion trouvée (§. 23.) pour la vîteſſe du vaiſſeau v, quand le vent ſouffle dans la direction VF avec la vîteſſe $= c$, ſon obliquité étant $BFV = \theta$; & l'on trouvera . . . . .

$$v = \frac{c.\text{cof.}\,\theta\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}+\frac{b.\sqrt{480}}{\sqrt{(a^2+2b^2)}}} = \frac{c.\text{cof.}\,\theta}{1+\frac{b.\sqrt{480}}{\sqrt{\alpha}(a^2+2b^2)}}.$$

Sur quoi on remarquera que le nombre α peut croître depuis 2 juſqu'à 6; & que comme a^2 eſt toujours beaucoup plus grand que $2b^2$, & que cette recherche n'eſt pas ſuſceptible de beaucoup de préciſion, on pourra hardiment ſuppoſer $v = \frac{ac\,\text{cof.}\,\theta.\sqrt{\alpha}}{a\sqrt{\alpha}+b\sqrt{480}}$. D'où l'on tire pour le cas du vent en pouppe, lorſque $\theta = 0$, & $\alpha = 2$, ...

$v = \frac{ac}{a+b.\sqrt{240}} = \frac{2ac}{2a+31.b}$. Il eſt facile, au moyen de cette formule, de trouver la vîteſſe qu'un même vent en pouppe $= c$ imprimera aux ſept eſpeces principales de vaiſſeaux.

Si		on aura	
I.	$a = 3.\ b$;	$v = \frac{6}{37}.\ c.$
II.	$a = 3\frac{1}{2}.b$;	$v = \frac{7}{38}.\ c.$
III.	$a = 4.\ b$;	$v = \frac{8}{39}.\ c.$
IV.	$a = 4\frac{1}{2}.b$;	$v = \frac{9}{40}.\ c.$
V.	$a = 5.\ b$;	$v = \frac{10}{41}.\ c.$
VI.	$a = 5\frac{1}{2}.b$;	$v = \frac{11}{42}.\ c.$
VII.	$a = 6.\ b$;	$v = \frac{12}{43}.\ c.$

§. 27. Mais lorſque le vent ſouffle ſous une obliquité BFV $= \theta$, il ne ſuffit pas, pour trouver la vîteſſe du vaiſſeau, de multiplier la vîteſſe du vent c par cof. θ, il faut encore donner à la lettre α une valeur plus grande que 2, ſelon qu'une plus grande quantité de voiles eſt frappée par le vent: d'où il peut arriver qu'un vent oblique imprime au vaiſſeau une vîteſſe plus grande que s'il étoit direct. Quoi qu'il en ſoit, il ſera toujours aiſé d'aſſigner la vîteſſe du vaiſſeau pour un cas quelconque. On peut toujours au reſte tirer avantage de l'obliquité du vent, en choiſiſſant quelque route oblique, & les formules ci-deſſus nous mettront en état de réſoudre la queſtion ſuivante, qui eſt ſans doute de la plus grande importance dans la navigation: *La direction du vent & la route que le vaiſſeau doit ſuivre, étant données, trouver la diſpoſition des voiles, afin que le vaiſſeau*

reçoive la plus grande vîteſſe. Avant de donner la ſolution de ce Problême, nous devons développer plus en détail tout ce qui regarde les routes obliques.

CHAPITRE IV.

Sur le mouvement des vaiſſeaux dans leurs routes obliques.

§. 28. UN vaiſſeau ſuivra toujours une route plus ou moins oblique, quand la force pouſſante n'a pas pour direction celle du grand axe : or cela arrive toutes les fois que les voiles ne ſont pas orientées perpendiculairement à la direction du grand axe. Fig. 7. Suppoſant donc le grand axe du vaiſſeau repréſenté par la ligne AB, ſoit la ligne SF*s* la direction de la voile équivalente, dont nous faiſons toujours la ſurface $= ff$, & déſignons par φ l'obliquité ou l'angle AFS que cette direction fait avec AB. De quelque côté que ſouffle le vent VF, pourvu qu'il frappe ſur la face de derriere de la voile S*s*, la force pouſſante ſera toujours dirigée ſelon la ligne FY perpendiculaire à la voile. Or l'angle SFY étant droit, nous aurons l'angle $AFY = 90° - \varphi$, & cet angle ne differe pas de celui que nous avons nommé ci-deſſus ψ, & pour lequel

nous avons assigné la direction du mouvement FX, en nommant φ l'angle AFX qui indique la dérive du vaisseau. Il faut donc se rappeller tant le rapport qui regne entre les deux angles $AFX = \varphi$, & $AFY = \psi = 90 - \nu$, que la formule qui exprime la résistance que le vaisseau éprouve dans une telle route oblique.

§. 29. On supposera toujours la longueur de la carene $AB = a$, sa largeur $= b$, & le tirant d'eau $= e$; & on se rappellera qu'on a trouvé pour le rapport entre φ & ψ, cette égalité, $\text{tang. } \psi = \frac{a^3}{2b^3} \cdot \text{tang. } \varphi^2$, & que faisant la vîtesse du vaisseau $= v$, selon la direction FX, la force de la résistance a été exprimée par $\frac{vv}{4g} \cdot \frac{3}{4} ae \cdot \frac{\text{sin. } \varphi^2}{\text{sin. } \psi}$, quantité à laquelle la force poussante doit être égale, dès que le mouvement du vaisseau est uniforme. Pour rendre ces formules d'une application plus facile à la pratique, nous donnerons ici deux Tables qui indiquent pour toutes les obliquités des voiles ou angles $AFS = \nu$ de 5 en 5 degrés, tant les valeurs de la dérive ou les angles $AFX = \varphi$, que celles de la formule $\frac{\text{sin. } \varphi^2}{\text{sin. } \psi}$, qui entre dans l'expression de la force de la résistance.

I. TABLE,

Qui donne la dérive AFX = φ, pour tous les angles AFS = ν, & les ſept eſpeces principales de vaiſſeaux.

L'angle. AFS = ν	*Eſpeces de vaiſſeaux.* $a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$
90°	0	0	0
85	4° 36′	3° 40′	2° 59″
80	6 31	5 11	4 14
75	7 58	6 40	5 27
70	9 19	7 25	6 5
65	10 30	8 24	6 54
60	11 41	9 19	7 39
55	12 50	10 15	8 25
50	14 1	11 11	9 12
45	15 12	12 12	10 2
40	16 33	13 16	10 55
35	17 26	14 30	11 57
30	19 43	15 52	13 6
25	21 43	17 31	14 29
20	24 17	19 42	16 20
15	27 44	22 39	18 51
10	32 57	27 13	22 50
5	42 37	36 9	30 52

I. TABLE,

Qui donne la dérive AFX = φ, pour tous les angles AFS = ν, & les ſept eſpeces principales de vaiſſeaux.

L'angle AFS = ν	*Eſpeces de vaiſſeaux.*			
	$a = 4\frac{1}{2}b$	$a = 5b$	$a = 5\frac{1}{2}b$	$a = 6b$
90°	0	0	0	0
85	2° 30′	2° 9′	1° 52′	1° 37′
80	3 33	3 2	2 38	2 19
75	4 42	3 55	3 23	2 57
70	5 7	4 22	3 47	3 19
65	5 48	4 57	4 17	3 46
60	6 25	5 29	4 45	4 11
55	7 4	6 3	5 14	4 37
50	7 44	6 37	5 44	5 3
45	8 26	7 13	6 15	5 31
40	9 11	7 52	6 49	5 59
35	10 4	8 37	7 29	6 34
30	11 3	9 27	8 13	7 13
25	12 15	10 31	9 7	8 1
20	13 48	11 50	10 18	9 4
15	15 56	13 44	11 57	10 32
10	19 26	16 46	14 38	12 55
5	26 36	23 9	20 20	18 1

II. TABLE,

Qui donne la valeur de la formule $\frac{\sin.\phi^2}{\sin.\psi}$ pour toutes les obliquités des voiles, & les ſept principales eſpeces de vaiſſeaux.

L'angle. AFS = n	*Eſpeces de vaiſſeaux.* $a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$
90°	0,0741	0,0466	0,0312
85	0,0738	0,0464	0,0311
80	0,0741	0,0470	0,0314
75	0,0751	0,0477	0,0320
70	0,0766	0,0489	0,0328
65	0,0781	0,0503	0,0339
60	0,0820	0,0524	0,0354
55	0,0864	0,0550	0,0373
50	0,0918	0,0585	0,0398
45	0,0972	0,0628	0,0426
40	0,1059	0,0688	0,0468
35	0,1109	0,0753	0,0515
30	0,1314	0,0863	0,0593
25	0,1468	0,0965	0,0704
20	0,1800	0,1209	0,0842
15	0,2269	0,1535	0,1080
10	0,3004	0,2124	0,1515
5	0,4602	0,3493	0,2642

II. TABLE,

Qui donne la valeur de la formule $\frac{\sin. \varphi^2}{\sin. \psi}$ pour toutes les obliquités des voiles, & les ſept principales eſpeces de vaiſſeaux.

L'angle AFS = α	*Eſpeces de vaiſſeaux.* $a = 4\frac{1}{2}b$	$a = 5b$	$a = 5\frac{1}{2}b$	$a = 6b$
90°	0,0219	0,0160	0,0120	0,0092
85	0,0219	0,0161	0,0122	0,0094
80	0,0221	0,0162	0,0123	0,0095
75	0,0226	0,0165	0,0124	0,0096
70	0,0233	0,0170	0,0127	0,0097
65	0,0239	0,0174	0,0131	0,0101
60	0,0250	0,0182	0,0137	0,0106
55	0,0262	0,0191	0,0145	0,0113
50	0,0281	0,0207	0,0155	0,0121
45	0,0298	0,0221	0,0167	0,0129
40	0,0332	0,0244	0,0184	0,0142
35	0,0367	0,0273	0,0203	0,0159
30	0,0424	0,0311	0,0236	0,0182
25	0,0499	0,0374	0,0264	0,0207
20	0,0605	0,0447	0,0340	0,0269
15	0,0780	0,0582	0,0444	0,0346
10	0,1124	0,0845	0,0647	0,0508
5	0,2012	0,1551	0,1209	0,0960

§. 30. Moyennant ces deux Tables on eſt en état de déterminer la route d'un vaiſſeau pour chaque obliquité de ſes voiles AFS = n, & pour chaque eſpece de vaiſſeaux, pourvu que le vent ſouffle de façon qu'il frappe les voiles par derriere. Car la premiere Table indique d'abord la dérive ou l'angle AFX = φ, & la ſeconde Table donne la valeur de la formule $\frac{\text{ſin. } \varphi^2}{\text{ſin. } \Psi}$, que nous nommerons ici = s. Suppoſant donc la vîteſſe du vaiſſeau = v, la réſiſtance ſera = $\frac{vv}{4g} \cdot \frac{3}{4}\, ae.\, s.$: maintenant ſi la droite VF déſigne le vent vrai dont la vîteſſe ſoit = c, & l'obliquité d'incidence ou l'angle VFS = θ, il faudra d'abord chercher le vent apparent par la regle donnée ci-deſſus; mais cette recherche pouvant devenir un peu embarraſſante, nous donnerons une regle beaucoup plus ſimple. Ayant pris la ligne VF = c, qu'on prenne ſur la direction du vaiſſeau FX, la portion Fx = v, & qu'on tire ſur la voile SFs la perpendiculaire TFZ, à laquelle on menera de V & x les perpendiculaires VT & xZ : la ligne TF marquera la vîteſſe du vent perpendiculaire à la voile, & la ligne FZ la vîteſſe avec laquelle la voile ſe dérobe directement au vent. On voit que la voile ſera frappée de la même maniere que ſi

Fig. 8.

elle étoit en repos, & que le vent la frappât perpendiculairement avec une vîteſſe $= TF - FZ$. Donc puiſque l'angle SFV $= \theta$, & l'angle $SFx = n + \varphi$, on aura $FT = c.$ ſin. θ, $FZ = v$ ſin. $(n + \varphi)$, & la vîteſſe perpendiculaire du vent $= c$ ſin. $\theta - v.$ ſin. $(n + \varphi)$: par conſéquent ſuppoſant la ſurface des voiles $ff = \alpha bb$ (§. 25.) la force du vent ſera . . . . . $\frac{1}{800}.\left(\frac{c \text{ ſin. } \theta - v. \text{ ſin. } (n+\varphi))^2}{4g}\right). \alpha bb$, qu'on égalera à la réſiſtance, pour avoir cette équation : $vv. \frac{3}{4} aes = \frac{1}{800}. (c.$ ſin. $\theta - v.$ ſin. $(n + \varphi))^2 \alpha bb$: d'où l'on tire $v = \frac{c. \text{ ſin } \theta. b\sqrt{\alpha}}{\sqrt{600. aes} + \text{ ſin. } (n+\varphi). b\sqrt{\alpha}}$, ou $v = \frac{c \text{ ſin. } \theta}{\text{ſin. } (n+\varphi) + \sqrt{\frac{600\, aes}{\alpha bb}}}$. Formule qui exprime la vîteſſe avec laquelle le vaiſſeau ſillera ſur ſa route FX.

§. 31. Mais comme on ne ſauroit connoître le vent vrai en mer, lorſque le vaiſſeau eſt en mouvement, & que les obſervations ne donnent & ne peuvent donner que le vent apparent, lequel entre immédiatement dans l'expreſſion de la force pouſſante, la réduction que nous venons d'enſeigner dans l'article précédent, de-

vient en partie inutile, & la vîteſſe du vaiſſeau pourra être déterminée beaucoup plus aiſément. Car ſi la ligne $VF = c$ marque déjà la vîteſſe du vent apparent, dont l'angle d'incidence ſoit $VFS = \theta$, la force pouſſante ſe trouve d'abord $= \frac{1}{300} \cdot \frac{cc \, \text{sin.} \, \theta^2}{4g} \cdot \alpha bb$, laquelle étant égalée à la réſiſtance $\frac{vv}{4g} \cdot \frac{1}{4} \, aes$, donne la vîteſſe du vaiſſeau $v = c \cdot \text{sin.} \, \theta \sqrt{\frac{\alpha bb}{600 \cdot aes}}$. Donnons-en un exemple : ſoit notre vaiſſeau de la cinquieme eſpece, ou $a = 5b$, & le tirant d'eau $e = \frac{1}{3} b$; de ſorte que $ae = \frac{1}{3} bb$: ſoit de plus la ſomme ff des voiles frappées par le vent $= 4bb$, ou $\alpha = 4$: ſoit enfin l'obliquité des voiles $AFS = 50° = n$, on tirera de la premiere Table la dérive $\varphi = 6°$, $37'$, & de la ſeconde $\frac{\text{sin.} \, \varphi^2}{\text{sin.} \, \psi} = s = 0{,}0207$. Suppoſant enſuite la vîteſſe apparente $= c$, & l'angle d'incidence $= \theta$, on trouvera la vîteſſe du vaiſſeau $v = c \cdot \text{sin.} \, \theta \cdot \sqrt{\frac{4}{600 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0{,}0207}}$, ou $v = c \cdot \text{sin.} \, \theta \cdot \sqrt{\frac{40}{207}} = 0{,}4396 \cdot c \, \text{sin.} \, \theta$. Ainſi, ſi l'obliquité du vent VFS étoit $= 30°$, la vîteſſe du vaiſſeau ſeroit $= 0{,}2198 \cdot c$; ou bien la vîteſſe du vaiſſeau ſeroit à-peu-près la cinquieme partie de celle du vent.

§. 32. Si l'on compare maintenant la direction du vent VF avec la route du vaisseau FX, il est d'abord évident que l'angle VFX doit être plus grand que l'angle SFX $= \alpha + \varphi$. Or si l'on considere la premiere Table, on verra que la somme des deux angles $\alpha + \varphi$ devient, en descendant, de plus en plus petite jusqu'à un certain point, au-delà duquel cette somme augmente. Il est donc bien important de savoir quelle est la disposition des voiles qui donne la somme $\alpha + \varphi$, ou l'angle SFX le plus petit, puisqu'en donnant à l'obliquité du vent VFS $= \theta$ la plus petite valeur, le vent pouvant encore agir sur la voile, on aura le cas où l'angle VFX devient le plus petit, & dans lequel par conséquent la route du vaisseau FX approchera de la direction du vent FV, le plus qu'il est possible; ou dans lequel le vaisseau avancera le plus contre le vent. On dit alors que le vaisseau va au plus près, & cette qualité d'aller au plus près est regardée, dans les vaisseaux, comme une qualité excellente. Elle dépend principalement de l'espece des vaisseaux, & nous avons fait remarquer ci-dessus, que plus un vaisseau a de longueur par rapport à sa largeur, plus il est propre à avancer contre le vent, ou à aller au plus près. Pour bien développer cet objet, rap-

portons ici pour chaque eſpece de vaiſſeaux les angles SFA $= \nu$, & AFX $= \varphi$, dont la ſomme $\nu + \varphi$ devient la plus petite : c'eſt ce qu'on voit dans la petite Table ſuivante :

TABLE.

Eſpeces de vaiſſeaux.	AFS $= \nu$	AFX $= \varphi$	SFX $= \nu + \varphi$
$a = 3\ b$	13° 7′	29° 30′	42° 37′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	11 4	26 4	37 8
$a = 4\ b$	9 54	23 45	33 39
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	9 24	20 0	29 24
$a = 5\ b$	8 2	18 27	26 29
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	7 54	16 18	24 12
$a = 6\ b$	7 10	15 4	22 14

Ces derniers angles SFX étant augmentés de l'obliquité du vent VFS $= \theta$, montreront à quel degré chaque vaiſſeau eſt capable d'aller au plus près. Mais il eſt bon de remarquer qu'il ne faut pas prendre l'angle θ trop petit, parce que le vent ne pourroit alors agir ſur les voiles à cauſe de leurs courbures ; & cette raiſon fait croire qu'on ne ſauroit diminuer l'angle θ au-delà d'un point, ou de 11° 15′. Suppoſant donc l'angle VFS $=$ 11° 15′, nous aurons les angles du plus près VFX, tels qu'on les voit dans la Table ſuivante :

TABLE.

TABLE.

Eſpeces de vaiſſeaux.	Angles du plus près VFX
$a = 3\ b$	53° 52′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	48 23
$a = 4\ b$	44 54
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	40 39
$a = 5\ b$	37 44
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	35 27
$a = 6\ b$	33 29

D'où l'on voit qu'un vaiſſeau de la derniere eſpece $a = 6\ b$ pourroit marcher contre le vent juſqu'à près de trois points.

§. 33. Mais comme dans de pareilles routes l'obliquité des voiles devroit être exceſſive, & l'angle AFS ſi petit qu'on ne le ſauroit preſque obtenir dans la pratique, à cauſe de la courbure des voiles, il eſt le plus ſouvent plus avantageux de ne pas donner à l'angle $SFX = n + \varphi$ ſa plus petite valeur, mais de le prendre plutôt de quelques degrés plus grand, afin que l'angle AFS ne devienne pas d'une petiteſſe extrême. Pour faciliter ce choix, nous ajouterons encore ici la Table ſuivante.

IIIe TABLE

Qui donne les angles SFX = $\nu + \varphi$, pour toutes les obliquités des voiles AFS = ν, & les ſept eſpeces de Vaiſſeaux.

L'angle AFS = ν	*Eſpeces de Vaiſſeaux.*			
	$a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$	$a = 4\frac{1}{2}b$
90°	90° 0′	90° 0′	90° 0′	90° 0′
85	89 35	88 40	87 59	87 30
80	86 31	85 11	84 14	83 33
75	82 58	81 40	80 27	79 42
70	79 19	77 25	76 5	75 7
65	75 30	73 24	71 54	70 48
60	71 41	69 19	67 39	66 25
55	67 50	65 15	63 25	62 4
50	64 1	61 11	59 12	57 44
45	60 12	57 12	55 2	53 26
40	56 33	53 16	50 55	49 11
35	52 26	49 30	46 57	45 4
30	49 43	45 52	43 6	41 3
25	46 43	42 31	39 29	37 15
20	44 17	39 42	36 20	33 48
15	42 44	37 39	33 51	30 56
10	42 57	37 13	32 50	29 26
5	47 37	41 9	35 52	31 36

IIIe TABLE

Qui donne les angles SFX $= n + \varphi$, pour toutes les obliquités des voiles AFS $= n$, & les ſept eſpeces de Vaiſſeaux.

L'angle AFS $= n$	*Eſpeces de Vaiſſeaux.* $a = 5b$	$a = 5\frac{1}{2}b$	$a = 6b$
90°	90° 0′	90° 0′	90° 0′
85	87 9	86 52	86 37
80	83 2	82 38	82 19
75	78 55	78 23	77 57
70	74 22	73 47	73 19
65	69 57	69 17	68 46
60	65 29	64 45	64 11
55	61 3	60 14	59 37
50	56 37	55 44	55 3
45	52 13	51 15	50 31
40	47 52	46 49	45 59
35	43 37	42 29	41 34
30	39 27	38 13	37 13
25	35 31	34 7	33 1
20	31 50	30 18	29 4
15	28 44	26 57	25 32
10	26 46	24 38	22 55
5	28 9	25 20	23 1

Cette Table fait voir qu'en prenant l'angle $n = 15°$, on ne perdra ſur le plus près que quelques minutes pour les premieres eſpeces, & ſeulement deux degrés pour la derniere : différence qui ne peut être ſenſible dans la pratique.

CHAPITRE V.

Sur le plus prompt ſillage des vaiſſeaux, leur route & la direction du vent étant données.

§. 34. NOUS nous propoſons, dans ce Chapitre, de donner la ſolution du Problême énoncé ci-deſſus, & qui renferme l'objet le plus intéreſſant de l'art du Pilote.

La route d'un vaiſſeau & la direction du vent étant données, trouver la diſpoſition tant du vaiſſeau que des voiles, pour qu'il coure ſur la route propoſée avec la plus grande vîteſſe. Fig. 7.

Nous ſuppoſons que le vent apparent eſt donné, les obſervations faites ſur un vaiſſeau ne pouvant nous faire connoître que le vent apparent. Soit donc VF la direction du vent apparent, & ſa vîteſſe $= c$, & que la ligne FX repréſente la route que le vaiſſeau doit tenir. Ces deux directions étant données, l'angle VFX eſt connu. Suppoſons cet angle $= \delta$ à l'égard des quantités qu'il eſt queſtion de déterminer, faiſant l'obliquité des voiles AFS $= \varphi$, on trouvera, par la premiere Table du Chapi-

tre précédent, la dérive du vaiſſeau ou l'angle AFX $= \varphi$; & de-là on aura l'angle d'incidence du vent VFS $= \theta = \delta - \nu - \varphi$. Nous avons trouvé ci-deſſus la vîteſſe du vaiſſeau $v = c.$ ſin. $\theta \sqrt{\frac{\alpha . bb}{600 . a . es}}$, la lettre s déſignant la formule $\frac{\text{ſin. } \varphi^2}{\text{ſin. } \psi} = \frac{\text{ſin. } \varphi^2}{\text{coſ. } \nu}$, à cauſe de $\nu = 90 - \psi$. Par conſéquent pour réſoudre notre Problême, il s'agit de trouver la valeur de l'angle ν, pour que cette formule $\frac{\text{ſin. } \theta}{\text{ſin. } \varphi} \sqrt{\text{coſ. } \nu} = \frac{\text{ſin. } (\delta - \nu - \varphi)}{\text{ſin. } \varphi} \sqrt{\text{coſ. } \nu}$ acquiere la plus grande valeur qu'il eſt poſſible, ayant ſoin de ſe rappeller la relation entre les angles ν & φ, exprimée par l'équation coſ. $\nu = \frac{\alpha^3}{2b^3}$. tang. φ^2.

§. 35. Or, traitant cette formule en ſuivant les procédés que l'Analyſe preſcrit pour trouver les plus grands ou les plus petits, on parvient à cette égalité finale :

tang. $(\delta - \nu) = \frac{1}{2}$ tang. $\nu \left(\frac{2 - \text{tang. } \nu . \text{ tang. } \varphi}{\frac{1}{2} - \text{tang. } \nu . \text{ tang. } \varphi} \right)$

de laquelle on devroit conclure les angles ν & φ, pour chaque angle propoſé δ. Mais comme cela exigeroit des calculs trop embarraſſans, il vaut mieux renverſer la queſtion, & chercher l'angle δ pour tous les angles ν & φ. Car ayant diſpoſé toutes ces

valeurs dans une Table ſemblable à celle du chapitre précédent, il ſera aiſé de renverſer pour la ſeconde fois la queſtion, & d'aſſigner, pour chaque angle δ, les angles $\varkappa$ & ϕ. Ce qui donnera la ſolution du Problême.

TABLE

Qui marque pour tous les angles AFS = *n*, & les ſept eſpeces de vaiſſeaux, l'angle VFX = *δ* compris entre la direction du vent VF, & la route du vaiſſeau FX.

L'angle AFS = *n*	*Eſpeces de vaiſſeaux.*			
	$a = 3\,b$	$a = 3\frac{1}{2}\,b$	$a = 4\,b$	$a = 4\frac{1}{2}\,b$
90°	180°	180°	180°	180°
85	178 53′	176 50′	175 41′	175 0′
80	172 13	170 12	168 59	168 11
75	165 33	163 24	162 4	161 11
70	158 40	156 23	154 57	153 59
65	151 38	149 13	147 40	146 37
60	144 18	141 44	140 5	138 57
55	136 46	134 4	132 21	131 10
50	128 43	125 53	124 5	122 51
45	120 20	117 25	115 35	114 19
40	111 10	108 10	106 19	105 1
35	101 28	98 29	96 41	95 25
30	90 32	87 34	85 50	84 36
25	78 36	75 58	74 24	73 18
20	64 55	62 37	61 13	60 16
15	50 17	48 38	47 38	46 56
10	33 20	32 21	31 45	31 19
5	16 19	16 0	15 46	15 37

TABLE

Qui marque pour tous les angles AFS = *n*, & les ſept eſpeces de vaiſſeaux, l'angle VFX = δ compris entre la direction du vent VF, & la route du vaiſſeau FX.

L'angle AFS = *n*	*Eſpeces de vaiſſeaux.*		
	$a = 5\,b$	$a = 5\frac{1}{2}\,b$	$a = 6\,b$
90°	180°	180°	180°
85	174 33′	174 13′	173 56′
80	167 38	167 13	166 55
75	160 33	160 5	159 44
70	153 16	152 44	152 19
65	145 51	145 16	144 49
60	138 8	137 31	137 3
55	130 18	129 39	129 10
50	121 56	121 15	120 44
45	113 23	112 41	112 8
40	104 5	103 22	102 56
35	94 30	93 48	93 24
30	83 41	83 1	82 29
25	72 27	71 54	70 25
20	59 29	59 3	58 36
15	46 23	46 4	45 44
10	31 1	30 49	30 36
5	15 31	15 26	15 22

§. 36. Si, le vaiſſeau étant en repos, on a réglé la diſpoſition ſur le vent vrai, dès que le vaiſſeau commencera à marcher, le vent paroîtra changer de direction, quoiqu'il demeure le même. Il faudra donc changer la diſpoſition, conformément aux regles que nous venons de donner, de la même maniere que ſi le vent avoit effectivement changé. Or, comme le vaiſſeau acquiert aſſez promptement la vîteſſe que le vent eſt capable de lui imprimer, tout le changement pourra ſe faire en très-peu de tems: de ſorte qu'on ne tardera pas à s'appercevoir ſi la diſpoſition qu'on aura donnée au vaiſſeau & aux voiles eſt d'accord avec les regles trouvées, ou non. Dans le dernier cas, tout ſera bientôt remis dans l'état où il doit être. Au reſte, il eſt bon d'obſerver que dans tous les cas où il s'agit d'un *maximum* ou *minimum*, une petite aberration des regles preſcrites ne change preſque rien dans l'effet: enſorte que le Pilote pourra toujours compter ſur la bonté de ſa diſpoſition, tant qu'elle ne s'écartera pas conſidérablement de celle preſcrite par la regle. La conſidération de la différence entre le vent vrai & apparent, nous devient par conſéquent parfaitement inutile.

§. 37. Pour faire voir comment un Pi-

lote doit ſe ſervir de la Table que nous venons de donner, on voici un exemple pour un vaiſſeau de l'eſpece $a = 4\frac{1}{2}b$, & ſuppoſant que la direction du vent VF fait, avec la route FX que le vaiſſeau doit tenir, un angle $VFX = 138°.57'$, notre Table nous indique d'abord qu'il faut prendre l'obliquité des voiles ou l'angle AFS $= 60°$. La premiere Table du Chapitre précédent (pag. 184) nous fournit enſuite la dérive $AFX = 6°.25'$; & partant l'angle $SFX = 66°.25'$. De-là nous tirons l'angle $VFS = \theta = \delta - n - \varphi = 72°,32'$: le Pilote diſpoſera donc les voiles enſorte que leur obliquité ou l'angle AFS devienne $= 60°$; enſuite faiſant tourner le vaiſſeau de maniere que le vent tombe ſur les voiles ſous un angle $VFS = 72°.32'$, il ſera aſſuré que le vaiſſeau ſillera ſur la route propoſée FX avec la dérive $AFX = 6°.25'$, & avec la plus grande vîteſſe poſſible. Pour aſſigner cette plus grande vîteſſe que le vaiſſeau recevra dans cette diſpoſition, on tirera de la ſeconde Table du Chapitre précédent (pag. 186) la valeur de la formule $\frac{\sin.\varphi^2}{\sin.\psi} = s = 0,0250$. Enſuite a étant $= \frac{2}{3}b$, & faiſant $e = \frac{2}{5}b$, & $ff = 3bb$ pour la ſurface de toutes les voiles, on trouvera la vîteſſe du vaiſſeau $v = c.$ ſin.

Fig. 91

$(72°.\ 32')\ V\frac{3bb}{1080.0,0260.bb} = \frac{a}{3}$ fin. $(72°.\ 32')$, ou bien $v = 0,318$; de ſorte que le vaiſſeau acquerra près des trois dixiemes de la vîteſſe du vent. Si la vîteſſe du vent étoit de 30 pieds par ſeconde, celle du vaiſſeau ſeroit de 9 pieds. Or une verſte contient 3500 pieds, il lui faudroit donc 389 ſecondes, ou bien $6\frac{1}{2}$ minutes, pour parcourir l'eſpace d'une verſte. Cet exemple paroît ne laiſſer aucune difficulté ſur la maniere de ſe ſervir de nos regles.

§. 38. On ſera peut-être ſurpris de trouver dans notre derniere Table, pour les angles VFX $= \phi$, des valeurs beaucoup plus petites que les limites aſſignées ci-deſſus, pour aller au plus près. Par exemple, prenant l'angle AFS $= n = 5°$, cette Table donne pour la premiere eſpece de vaiſſeaux où $a = 3b$, l'angle $\phi = 16°.\ 19'$, tandis que nous avons vu ci-deſſus qu'un tel vaiſſeau ne ſauroit gagner au vent que ſous un angle VFX $= 53°.\ 52'$; mais cette ſurpriſe ceſſera bientôt quand on conſidérera les conditions ſous leſquelles ce petit angle VFX $= 16°.\ 19'$ doit avoir lieu: car l'angle SFA étant $= n = 5°$, la dérive ſera AFX $= \varphi = 42°.\ 37'$, & partant l'angle SFX $= n + \varphi = 47°.\ 37'$, lequel

Fig. 7.

étant ſouſtrait de l'angle VFX = 16°. 19′, laiſſe pour l'angle VFS la valeur $\theta = -31°. 28'$. Or cette valeur étant négative, indique que le vent doit frapper la voile de l'autre côté; de ſorte que le vaiſſeau ſeroit pouſſé en arriere. En effet, le ſinus de l'angle θ devenant négatif, notre formule donnera une vîteſſe négative; & une telle vîteſſe, quoiqu'elle puiſſe être un *maximum* ou *minimum* pour cette route, doit être rejettée. Il faut donc en général, toutes les fois que notre Table donne pour l'angle $VFX = \phi$ une valeur plus petite que $SFX = \pi + \varphi$, rejetter ces cas comme abſolument impoſſibles, parce qu'alors l'angle d'incidence du vent $VFS = \theta = \phi - \pi - \varphi$ deviendroit négatif. Cette conſidération fait voir que les plus petites valeurs qu'on puiſſe admettre pour l'angle $VFX = \phi$, ſont celles où $\phi = \pi + \varphi$, & partant l'angle $\theta = 0$; auquel cas le vaiſſeau reſteroit en repos. La Table ſuivante met ſous les yeux les véritables limites de l'angle $VFX = \phi$ pour chaque eſpece de vaiſſeaux.

TABLE des angles δ, ν & φ.

Eſpeces de vaiſſeaux.	VFX = δ		SFA = ν		AFX = φ	
$a = 3\ b$	42°	37′	13°	7′	29°	30′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	37	8	11	4	26	4
$a = 4\ b$	33	39	9	54	23	45
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	29	24	9	24	20	0
$a = 5\ b$	26	29	8	2	18	27
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	24	12	7	54	6	18
$a = 6\ b$	22	14	7	10	15	4

§. 39. Pour épargner aux Pilotes la peine d'aller chercher & de combiner tous les élémens que nos Tables renferment, nous ajouterons ici des Tables particulieres pour chaque eſpece de vaiſſeaux. La premiere colonne de chacune contiendra les angles donnés VFX, compris entre la direction du vent & la route du vaiſſeau. Nous commencerons par la plus petite valeur de cet angle, lorſque le vaiſſeau demeure en repos, & de-là nous monterons ſucceſſivement juſqu'à 180°. La ſeconde colonne renfermera les obliquités des voiles, ou l'angle AFS = ν; la troiſieme donnera la dérive, ou l'angle AFX = φ; la quatrieme, la ſomme des deux derniers angles, ou SFX = $\nu + \varphi$, laquelle étant

ôtée de l'angle δ, donnera l'incidence du vent, ou l'angle $VFS = \theta = \delta - \eta - \varphi$, dont les valeurs compoſent la cinquieme colonne. Enfin on trouvera, dans la ſixieme colonne, les valeurs de la formule $s = \frac{\text{ſin. } \varphi^2}{\text{ſin. } \psi} = \frac{\text{ſin. } \varphi^2}{\text{coſ. } \eta}$, que nous tirerons de la ſeconde Table du Chapitre précédent. On a beſoin de ces valeurs pour trouver la vîteſſe même du vaiſſeau.

PREMIERE TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la premiere eſpece,

$$a = 3b.$$

VFX δ	AFS n	AFX φ	SFX $n+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\varphi^2}{\sin.\psi}$
42° 37′	13° 7′	29° 30′	42° 37′	0° 0′	- - - -
50 17	15 0	27 44	42 44	7 33	0,2269
64 55	20 0	24 17	44 17	20 38	0,1800
78 36	25 0	21 43	46 43	31 53	0,1468
90 32	30 0	19 43	49 43	40 49	0,1314
101 28	35 0	17 26	52 26	49 2	0,1109
111 10	40 0	16 33	56 33	54 37	0,1059
120 20	45 0	15 12	60 12	60 8	0,0972
128 43	50 0	14 1	64 1	64 42	0,0918
136 46	55 0	12 50	67 50	68 56	0,0864
144 48	60 0	11 41	71 41	73 7	0,0820
151 38	65 0	10 30	75 30	76 8	0,0781
158 40	70 0	9 19	79 19	79 21	0,0766
165 33	75 0	7 58	82 58	82 35	0,0751
172 13	80 0	6 31	86 31	85 42	0,0741
178 53	85 0	4 35	89 35	89 18	0,0738
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0741

II. TABLE.

II. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la ſeconde eſpece,

$$a = 3\frac{1}{2}\,b.$$

VFX	AFS	AFX	SFX	VFS	
δ	$\varkappa$	φ	$\varkappa+\varphi$	θ	$s=\frac{\sin.\phi^2}{\sin.\psi}$
37° 8′	11° 4′	26° 4′	37° 8′	0° 0′	- - - -
48 38	15 0	22 39	37 39	10 59	0,1535
62 37	20 0	19 42	39 42	22 55	0,1209
75 58	25 0	17 31	42 31	33 27	0,0965
87 34	30 0	15 52	45 52	41 42	0,0863
98 29	35 0	14 30	49 30	48 59	0,0753
108 10	40 0	13 16	53 16	54 54	0,0688
117 25	45 0	12 12	57 12	60 13	0,0628
125 53	50 0	11 11	61 11	64 42	0,0585
134 4	55 0	10 15	65 15	68 49	0,0550
141 44	60 0	9 19	69 19	72 25	0,0524
149 13	65 0	8 24	73 24	75 49	0,0503
156 23	70 0	7 25	77 25	78 58	0,0489
163 24	75 0	6 40	81 40	81 44	0,0477
170 12	80 0	5 11	85 11	85 1	0,0470
176 50	85 0	3 40	88 40	88 10	0,0464
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0466

III. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la troiſieme eſpèce,

$a = 4b$.

VFX δ	AFS n	AFX φ	SFX $n+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\varphi^2}{\sin.\psi}$
53°39′	9°54′	23°45′	33°39′	0°0′	- - - -
47 38	15 0	18 51	33 51	13 47	0,1080
61 13	20 0	16 20	36 20	24 53	0,0842
74 24	25 0	14 29	39 29	34 55	0,0704
85 50	30 0	13 6	43 6	42 44	0,0593
96 41	35 0	11 57	46 57	49 44	0,0515
106 19	40 0	10 55	50 55	55 24	0,0468
115 35	45 0	10 2	55 2	60 33	0,0426
124 5	50 0	9 12	59 12	64 53	0,0398
132 21	55 0	8 25	63 25	68 56	0,0373
140 5	60 0	7 39	67 39	72 26	0,0354
147 40	65 0	6 54	71 54	75 46	0,0339
154 57	70 0	6 5	76 5	78 52	0,0328
162 4	75 0	5 27	80 27	81 37	0,0320
168 59	80 0	4 14	84 14	84 45	0,0314
175 41	85 0	2 59	87 59	87 42	0,0311
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0312

IV. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la quatrieme eſpece,

$$a = 4\frac{1}{2}\,b.$$

VFX δ	AFS π	AFX φ	SFX $\pi+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\varphi^2}{\sin.\downarrow}$
29° 24′	9° 24′	20° 0′	29° 24′	0° 0′	- - - -
31 19	10 0	19 26	29 26	1 53	0,1124
46 56	15 0	15 56	30 56	16 0	0,0780
60 16	20 0	13 48	33 48	26 28	0,0605
73 18	25 0	12 15	37 15	36 3	0,0499
84 36	30 0	11 3	41 3	43 33	0,0424
95 25	35 0	10 4	45 4	50 21	0,0367
105 1	40 0	9 11	49 11	55 50	0,0332
114 19	45 0	8 26	53 26	60 53	0,0298
122 51	50 0	7 44	57 44	65 7	0,0281
131 10	55 0	7 4	62 4	69 6	0,0262
138 57	60 0	6 25	66 25	72 32	0,0250
146 37	65 0	5 48	70 48	75 49	0,0239
153 59	70 0	5 7	75 7	78 52	0,0233
161 11	75 0	4 42	79 42	81 29	0,0226
168 11	80 0	3 33	83 33	84 38	0,0221
175 0	85 0	2 30	87 30	87 30	0,0219
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0219

V. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la cinquieme eſpece,

$a = 5\,b$.

VFX δ	AFS n	AFX φ	SFX $n+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\,\varphi^2}{\sin.\,\psi}$
26° 29′	8° 2′	18° 27′	26° 29′	0° 0′	- - - -
31 1	10 0	16 46	26 46	4 15	0,0845
46 23	15 0	13 44	28 44	17 39	0,0582
59 29	20 0	11 50	31 50	27 39	0,0447
72 27	25 0	10 31	35 31	36 56	0,0374
83 41	30 0	9 27	39 27	44 14	0,0311
94 38	35 0	8 37	43 37	51 1	0,0273
104 5	40 0	7 52	47 52	56 13	0,0244
113 23	45 0	7 13	52 13	59 10	0,0221
121 56	50 0	6 37	56 37	65 19	0,0207
130 18	55 0	6 3	61 3	69 15	0,0191
138 8	60 0	5 29	65 29	72 39	0,0182
145 51	65 0	4 57	69 57	75 54	0,0174
153 16	70 0	4 22	74 22	78 54	0,0170
160 33	75 0	3 55	78 55	81 38	0,0165
167 38	80 0	3 2	83 2	84 36	0,0162
174 33	85 0	2 9	87 9	87 24	0,0161
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0160

VI. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la ſixieme eſpece,

$a = 5\frac{1}{2}\,b.$

VFX δ	AFS n	AFX φ	SFX $n+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\varphi^2}{\sin.\psi}$
24° 12′	7° 54′	16° 18′	24° 12′	0° 0′	- - - -
30 49	10 0	14 38	24 38	6 11	0,0647
46 4	15 0	11 57	26 57	19 7	0,0444
59 3	20 0	10 18	30 18	28 45	0,0340
71 54	25 0	9 7	34 7	37 47	0,0264
83 1	30 0	8 13	38 13	44 48	0,0236
93 48	35 0	7 29	42 29	51 19	0,0203
103 22	40 0	6 49	46 49	56 33	0,0184
112 41	45 0	6 15	51 15	61 26	0,0167
121 15	50 0	5 44	55 44	65 31	0,0155
129 39	55 0	5 14	60 14	69 25	0,0145
137 31	60 0	4 45	64 45	72 46	0,0137
145 16	65 0	4 17	69 17	75 59	0,0131
152 44	70 0	3 47	73 47	78 57	0,0127
160 5	75 0	3 23	78 23	81 42	0,0124
167 13	80 0	2 38	82 38	84 35	0,0123
174 13	85 0	1 52	86 52	87 21	0,0122
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0120

VII. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la ſeptieme eſpece, $a = 6b$.

VFX δ	AFS n	AFX φ	SFX $n+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\varphi^2}{\sin.\downarrow}$
22° 14′	7° 10′	15° 4′	22° 14′	0° 0′	- - - -
30 36	10 0	12 55	22 55	7 41	0,0508
45 44	15 0	10 32	25 32	20 12	0,0346
58 36	20 0	9 4	29 4	29 32	0,0269
70 25	25 0	8 1	33 1	37 24	0,0207
82 29	30 0	7 13	37 13	45 16	0,0182
93 24	35 0	6 34	41 34	51 50	0,0159
102 56	40 0	5 59	45 59	56 57	0,0142
112 8	45 0	5 31	50 31	61 37	0,0129
120 44	50 0	5 3	55 3	65 41	0,0121
129 10	55 0	4 37	59 37	69 33	0,0113
137 3	60 0	4 11	64 11	72 52	0,0106
144 49	65 0	3 46	68 46	76 3	0,0101
152 19	70 0	3 19	73 19	79 0	0,0097
159 44	75 0	2 57	77 57	81 47	0,0096
166 55	80 0	2 19	82 19	84 36	0,0095
173 56	85 0	1 37	86 37	87 19	0,0094
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0092

§. 40. Toutes les fois que l'angle prescrit VFX $= \delta$ se rencontre, ou exactement dans ces Tables, ou seulement à-peu-près, on donnera aux angles ϖ & φ les valeurs qui y sont marquées; une petite différence dans l'angle VFS $= \theta$ ne pouvant altérer sensiblement la plus grande vîtesse du sillage. Mais si cet angle δ s'écarte considérablement de ceux qui se trouvent dans les Tables, il ne sera pas difficile de trouver des valeurs moyennes: c'est ce qu'il convient d'éclaircir par un exemple. Soit le vaisseau de la cinquieme espece, dans lequel $a = 5.b$, & l'angle proposé VFX $= \delta = 90^{\circ}$, il est clair que prenant un milieu entre les angles $83^{\circ}.41'$ & $94^{\circ}.38'$, qui se trouvent dans cette cinquieme Table, on pourra prendre $\varpi = 33^{\circ}$, $\varphi = 8^{\circ}$, & $s = 0,028$, & l'on dirigera le vaisseau par rapport à la route donnée FX, de façon que la dérive ou l'angle AFX devienne $= 8^{\circ}$. Les voiles seront ensuite disposées de maniere que l'angle AFS devienne $= 33^{\circ}$; ce qui donnera l'angle SFX $= 41^{\circ}$, & partant l'angle d'incidence VFS $= \theta = 49^{\circ}$. Telle sera dans le cas proposé la disposition la plus avantageuse. Pour trouver la vîtesse du vaisseau, exprimée par la formule $v = c.$ sin. $\theta \sqrt{\frac{abb}{600.aes}}$, *Fig.* 10.

où $a\,b\,b$ exprime toute la ſurface des voiles, on ſuppoſera cette ſurface $= 4\,b\,b$, & le tirant d'eau $e = \frac{1}{3}\,b$, mais $a = 5\,b$; nous aurons donc $a\,e = \frac{5}{3}\,b\,b$, & partant $v = c.$ ſin. $49^{\circ}.\sqrt{\frac{1}{7}} = 0,2853.c$; de ſorte que la vîteſſe du vaiſſeau ſera à celle du vent comme $28\frac{1}{2} : 100$. Ainſi, ſi la vîteſſe du vent étoit de 30 pieds par ſeconde, celle du vaiſſeau ſeroit de $8\frac{1}{2}$ pieds; ou bien il parcourroit l'eſpace d'une verſte en $412''$ $= 6'.52''$, ou à-peu-près en 7 minutes. Telle ſera la plus grande vîteſſe que ce vaiſſeau pourra acquérir dans les circonſtances données.

CHAPITRE VI.

Sur la meilleure maniere de louvoyer pour arriver au vent.

§. 41. ON vient de voir comment il eſt poſſible qu'un vaiſſeau ſuive une route dont la direction fait, avec celle du vent, un angle plus ou moins aigu. On comprendra aiſément de-là, la poſſibilité de diriger la courſe du vaiſſeau, enſorte qu'il arrive enfin à un lieu ſitué ſur la direction du vent, & plus voiſin de ſon origine. Car ſoit F le
Fig. 11. lieu du vaiſſeau au commencement, VF

la direction du vent, & qu'on ſe propoſe de parvenir à quelque endroit F″, ſitué ſur cette direction, on voit qu'il ſeroit impoſſible d'y arriver par la route directe FF″. Il faudra donc ſuivre une route oblique, & diriger le vaiſſeau d'abord vers la droite, par exemple, ſuivant la direction FX; ce qui peut s'exécuter d'une infinité de manieres différentes, ſelon que l'angle VFX eſt plus ou moins grand, & en diſpoſant le vaiſſeau comme nous l'avons enſeigné, pour qu'il fille ſur la route FX avec la plus grande vîteſſe. Le vaiſſeau étant parvenu en X, on changera ſa diſpoſition en le faiſant virer de bord, afin qu'il puiſſe marcher vers la gauche ſous la même obliquité par rapport au vent, & on le fera courir ſur la route XFX′ également inclinée à la direction FV. Parvenu en X′, le vaiſſeau changera de nouveau ſa diſpoſition; il virera de bord pour courir ſur la route X′ F″, toujours également incliné à la direction du vent. On voit que par une telle manœuvre le vaiſſeau peut enfin arriver au lieu propoſé, en faiſant un ou pluſieurs zigzags, ſelon que les circonſtances l'exigent. Cette façon de naviguer eſt appellée par les Marins, *louvoyer*; elle leur fournit un excellent moyen de profiter d'un vent même directement contraire. Nous nous propo-

ſons, dans ce Chapitre, de rechercher quelles ſont les diſpoſitions néceſſaires pour que le vaiſſeau arrive le plus promptement de F à F″ contre la direction du vent.

§. 42. Il eſt naturel de penſer qu'il ſeroit avantageux de faire l'angle VFX auſſi petit qu'il eſt poſſible, ſans que le vaiſſeau ceſſe d'avancer; mais il faut conſidérer que plus on diminue cet angle en l'approchant des limites marquées dans les ſept dernieres Tables du Chapitre précédent, plus le mouvement devient lent. Ainſi il vaudra toujours mieux faire cet angle plus grand pour procurer au vaiſſeau une plus grande vîteſſe, par laquelle il gagnera plus promptement au vent. Il ſuit de-là que, pour remplir l'objet dont il eſt queſtion, il faut prendre l'angle VFX $= \phi$; de façon que ce ne ſoit pas la vîteſſe v imprimée au vaiſſeau, qui devienne la plus grande, mais celle qui en réſulte dans la direction FV. Or cette vîteſſe étant $v.\text{cof.}\phi$, il faut chercher une diſpoſition telle qu'elle rende la valeur de la formule $v.\text{cof.}\phi$ la plus grande qu'il eſt poſſible.

§. 43. Les ſignifications des quatre angles π, φ, θ & ϕ étant bien entendues, on a la vîteſſe du vaiſſeau $v = c.\text{ſin.}\theta.\sqrt{\frac{\alpha hb}{600.\alpha cs}}$

$= c.\ \text{sin.}\ \theta.\ \sqrt{\frac{\alpha b b}{600.\ ae}\frac{\text{cos.}\ \eta.}{\text{sin.}\ \varphi^2}}$. Il faut donc que cette formule, multipliée par cos. δ, devienne un *maximum*; omettant donc le facteur connu, $c.\ \sqrt{\frac{\alpha b b}{6\ \text{cc.}\ ae}}$, la formule qui doit devenir un *maximum* sera sin. θ. cos. δ. $\sqrt{\frac{\text{cos.}\ \eta}{\text{sin.}\ \varphi^2}}$, ou $\frac{\text{sin.}\ \theta.\ \text{cos.}\ \delta.\ \sqrt{\text{cos.}\ \eta}}{\text{sin.}\ \varphi}$. Cela posé, on remarquera que l'angle φ est déterminé par l'angle η, & que connoissant l'angle θ, on a $\delta = \theta + \eta + \varphi$; de sorte qu'il n'y a que les deux angles η & θ indéterminés: & ce sont ces deux angles qu'il faut déterminer de façon que la valeur de notre formule devienne la plus grande. Pour cet effet, supposons d'abord que l'angle η, & par conséquent l'angle φ sont déjà trouvés, par cette supposition la formule qu'il faut rendre un *maximum*, sera réduite à sin. θ. cos. δ, l'autre facteur $\frac{\sqrt{\text{cos.}\ \eta}}{\text{sin.}\ \varphi}$, ayant déjà sa juste valeur. Or on sait, par la Trigonométrie, que ce produit sin. θ. cos. δ, se réduit à cette formule $\frac{1}{2}$. sin. $(\delta+\theta) - \frac{1}{2}$. sin. $(\delta-\theta)$, & $\delta = \eta + \varphi + \theta$; on aura donc $\delta - \theta = \eta + \varphi$; sin. $(\delta - \theta)$ est donc une grandeur déjà déterminée, & il ne s'agit plus que de trouver la plus grande valeur possible du sinus de l'angle $\delta + \theta$; ce qui a lieu évidemment lorsque $\delta + \theta = 90°$.

§. 44. La valeur de l'angle $\delta + \theta$ ainſi trouvée, il n'eſt plus néceſſaire de chercher l'angle ν qui ſatisfait à la queſtion, puiſque nous avons déjà réſolu ce Problême dans le Chapitre précédent, où nous avons aſſigné pour chaque angle δ, les trois angles ν, φ & θ, pour que le vaiſſeau ſingle avec la plus grande vîteſſe, ſuivant chaque route propoſée. Voilà donc une ſolution très-ſimple du Problême que nous nous ſommes propoſé. Il ne faut que chercher dans les Tables particulieres que nous avons données ſur la fin du Chapitre précédent, le cas où la ſomme des deux angles $\delta + \theta$ donne 90°; & l'on aura pour chaque eſpece de vaiſſeau la valeur de l'angle δ qui détermine la route FX que le vaiſſeau doit tenir en louvoyant. Ainſi, pour la premiere eſpece de vaiſſeau, l'angle $\delta = 64° 55'$, donne l'angle $\delta + \theta = 85° 33'$, qui eſt trop petit; l'angle ſuivant $\delta = 78° 36'$, donne l'angle $\delta + \theta = 110° 29'$, qui eſt trop grand; d'où l'on voit qu'en prenant environ $\delta = 67° \frac{1}{2}$, on aura $\theta = 22° \frac{1}{2}$: à cette valeur de θ répond l'angle $\nu = 21° \frac{1}{4}$, & l'angle $\varphi = 23° \frac{3}{4}$. Par conſéquent, pour bien louvoyer avec un vaiſſeau de la premiere eſpece, il faut faire les diſpoſitions ſuivantes :

I°. VFX $= \delta = 67^{\circ}\frac{1}{2}$; *Fig.* 12.

II°. AFS $= \pi = 21^{\circ}\frac{1}{4}$;

III°. VFS $= \varphi = 23^{\circ}\frac{1}{3}$; &

IV°. VFS $= \theta = 22^{\circ}\frac{1}{2}$.

Quant à la vîteſſe on aura $s = 0{,}174$, & $600\,s = 104{,}4$; par conſéquent, à cauſe de $a = 3b$, on aura $v = c.\ \text{ſin.}\ 22^{\circ}\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{ab}{313.2.e}}$. Donc la vîteſſe contre le vent $v.\ \text{cof.}\ \delta = v.\ \text{ſin.}\ \theta = c.\ \text{ſin.}\ (22^{\circ}\frac{1}{2})^{2}.\sqrt{\frac{ab}{313.2.e}}$; d'où l'on tire $v.\ \text{cof.}\ \delta = 0{,}0083.\,c\sqrt{\frac{ab}{e}}$; c déſignant la vîteſſe du vent.

§. 45. On ſuivra le même procédé pour calculer les angles VFX $= \delta$, AFS $= \pi$, AFX $= \varphi$, SFX $= \pi + \varphi$, & VFS $= \theta$, pour les autres eſpeces de vaiſſeau, ainſi que pour trouver la vîteſſe contre le vent $v.\ \text{cof.}\ \delta = v.\ \text{ſin.}\ \theta$, formule qui ſe réduit, comme nous l'avons vu, à cette forme $N.\,c.\sqrt{\frac{ab}{e}}$, N déſignant une certaine fraction décimale. On voit dans la Table ſuivante les réſultats de ces calculs pour toutes les autres eſpeces de vaiſſeau.

TABLE.

Du plus prompt ſillage, en louvoyant contre le vent.

Eſpeces de vaiſſeaux.	Diſpoſition. VFX δ	AFS η	AFX φ	VFS θ	La fraction N
$a = 3\ b$	$67^\circ \frac{1}{2}$	21°	$23^\circ \frac{3}{4}$	$22^\circ \frac{1}{2}$	0,0083
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	65	21	$19\frac{1}{4}$	25	0,0114
$a = 4\ b$	$63\frac{1}{4}$	21	16	$26\frac{3}{4}$	0,0142
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	62	$20\frac{3}{4}$	$13\frac{1}{4}$	28	0,0177
$a = 5\ b$	$61\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	12	$28\frac{3}{4}$	0,0181
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	$60\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$	$29\frac{1}{3}$	0,0232
$a = 6\ b$	$60\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	10	$29\frac{3}{4}$	0,0273

Nous devons avertir que les calculs n'ont pas été faits avec la derniere rigueur; la différence d'un degré n'étant preſque pas ſenſible dans la pratique; un plus haut degré de préciſion auroit demandé des calculs aſſez compliqués, & n'auroit été d'aucune utilité réelle. La Table, telle que nous la donnons, ſera ſuffiſante pour ſe régler dans la pratique.

§. 46. En conſidérant cette Table, on s'appercevra aiſément que tout l'art du Pilote, pour bien louvoyer, ſe réduit aux deux regles ſuivantes :

LA PREMIERE REGLE regarde l'angle AFS = *n*, que les voi es doivent faire avec l'axe du vaiſſeau. On voit que cet angle ne varie que depuis 21° juſqu'à 20° $\frac{1}{2}$. Puis donc que la différence d'un demi-degré ne ſauroit rien changer dans l'effet, le Pilote pourra toujours diſpoſer les voiles enſorte que leur obliquité par rapport à l'axe du vaiſſeau ſoit environ de 21°, ou 20° $\frac{1}{2}$.

LA SECONDE REGLE regarde l'angle VFS = θ, ſous lequel le vent frappe les voiles : cet angle varie, dans notre Table, depuis 22° $\frac{1}{2}$, juſqu'à 29° $\frac{3}{4}$. Or la plupart des vaiſſeaux ſe rapportant à quelqu'une des eſpeces moyennes entre $a = 3.b$, & $a = 6.b$, le Pilote pourra toujours prendre un milieu entre ces deux limites, qui ſera à-peu-près 26° ; ainſi, après avoir diſpoſé les voiles SF ſelon la premiere regle, *Fig.* 12. il fera tourner le vaiſſeau enſorte que le vent frappe les voiles ſous un angle de 26°, en obſervant cependant que dans le cas où le vaiſſeau appartiendroit à quelqu'une des premieres eſpeces, il faut diminuer de quelques degrés cet angle de 26°, & l'augmenter au contraire de quelques degrés, ſi le vaiſſeau approchoit de quelqu'une des dernieres eſpeces. Au reſte, il n'importe pas

beaucoup qu'il s'écarte de la regle trouvée d'un degré, ou même plus, une petite aberration n'étant d'aucune conſéquence dans toutes les recherches qui roulent ſur un *maximum* ou *minimum*. Ces deux regles obſervées exactement, le Pilote pourra être aſſuré que ſon vaiſſeau gagnera au vent avec autant de vîteſſe qu'il eſt poſſible, quand même il ne connoîtroit point la dérive ou l'angle AFX, dont il pourra cependant trouver la vraie valeur à l'aide de notre Table.

Il n'eſt pas hors de propos de remarquer encore le grand avantage que les longs vaiſſeaux ont ſur ceux qui ſont plus courts. On voit que la formule $\sqrt{\frac{nb}{c}}$ demeurant la même, ainſi que la vîteſſe du vent, les vaiſſeaux de la premiere eſpece ne gagnent au vent qu'avec une vîteſſe qui eſt comme 0,0083, pendant que la vîteſſe dans le même ſens de ceux de la derniere eſpece, eſt comme 0,0273, c'eſt-à-dire, plus de trois fois plus grande; de ſorte qu'un vaiſſeau de la ſeptieme eſpece eſt capable de gagner au vent avec trois fois plus de vîteſſe qu'un vaiſſeau de la premiere eſpece.

§. 47. Si l'on ſe propoſoit d'avancer non contre le vent même, mais contre une autre

autre direction qui en ſeroit un peu éloignée (car pour celles qui en ſont fort éloignées, les vaiſſeaux y peuvent courir directement). La méthode dont nous nous ſommes ſervis ci-deſſus, nous donnera auſſi aiſément la réſolution de ce cas. Ainſi, ſuppoſant que la direction du vent eſt VF, & qu'on veuille avancer contre la direction FU, l'angle VFU étant $= \gamma$, on fera, comme ci-deſſus, l'angle $VFX = \delta$, FX déſignant la route du vaiſſeau, & l'angle ſous lequel le vent frappe les voiles $= \theta$. Prenant enſuite un eſpace $Fx = v$, pour exprimer la vîteſſe du vaiſſeau, & tirant de x ſur FU la perpendiculaire xu, on aura, à cauſe de l'angle $UFX = \delta - \gamma$, l'eſpace $Fu = v.$ cof. $(\delta - \gamma)$: c'eſt cet eſpace qu'il eſt queſtion de rendre un *maximum*. Pour y parvenir, conſidérant les angles θ & φ comme ayant déjà leur juſte valeur, il faut que cette formule ſin. θ. cof. $(\delta - \gamma)$, obtienne la plus grande valeur. Or cela arrivera lorſque la ſomme de ces deux angles $\theta + \delta - \gamma$ deviendra un angle droit; ce qui donnera $\delta + \theta = 90° + \gamma$. On n'aura donc qu'à chercher dans nos Tables particulieres les cas où la ſomme des deux angles $\delta + \theta$ devient égale à $90° + \gamma$; & de-là on trouvera enſuite les Fig. 131

angles ϕ & ϕ. Mais comme cette queſtion ne ſauroit ſe rencontrer que très-rarement, il ſeroit ſuperflu de nous y arrêter davantage, & nous finirons en remarquant qu'il ne faut pas trop compter ſur un accord exact de l'expérience avec nos déterminations, quand le vaiſſeau ſille contre le vent. Dans ce cas, le vent ne frappe pas uniquement les voiles, il frappe encore toute la ſurface du vaiſſeau, les mâts, les cordages, &c. & l'effet de cette impulſion eſt de pouſſer le vaiſſeau en arriere, & d'altérer conſidérablement l'effet du vent ſur les voiles; & cela d'autant plus, que le vent ſera plus violent, parce qu'alors auſſi les flots de la mer concourent à repouſſer le vaiſſeau.

CHAPITRE VII.

Eclairciſſemens ſur les différentes eſpeces de vaiſſeaux.

§. 48. LORSQUE nous avons diſtingué les différentes eſpeces de vaiſſeaux d'après les différens rapports qui ont lieu entre la longueur de la carene a, & ſa largeur b, nous y avons été conduit par la conſidération du rapport entre la réſiſtance de la proue, & celle de la plus grande ſection tranſverſale de la carene, l'une & l'autre étant ſuppoſées ſe mouvoir directement dans l'eau. Cette conſidération, jointe à quelques expériences faites ſur des vaiſſeaux de guerre, nous détermine à ſuppoſer ce rapport égal à celui de $\frac{2bb}{aa+2bb}$ à 1, lequel tient un milieu harmonique entre les deux cas extrêmes, entre leſquels il ſemble qu'on peut rapporter tous les vaiſſeaux qui ſont en uſage. On voit bien que cette hypotheſe eſt fondée ſur une certaine loi, ſelon laquelle la largeur de la carene diminue depuis ſon milieu juſqu'à l'extrêmité de la proue; ainſi, lorſque la conſtruction d'un vaiſſeau s'écarte de cette loi, il peut arriver que la réſiſtance de ſa proue devienne

ou plus grande, ou plus petite que celle assignée par notre formule. On doit conclure de-là que les différentes destinations des vaisseaux demandant différentes configurations de la proue, il ne faut pas s'étonner si l'application de notre formule s'écarte souvent de la vérité. C'est pour remédier à ce défaut, que nous ajoutons ici les éclaircissemens suivans sur le vrai caractere des différentes especes de vaisseaux.

§. 49. On remarquera d'abord que dans les routes directes une erreur dans notre formule ne sauroit tirer à conséquence, étant très-peu important que dans ces cas le vaisseau cingle un peu plus vîte, ou plus lentement que selon notre regle. Rarement se donne-t-on la peine de mesurer exactement la vîtesse du vent & la surface des voiles, pour comparer la vîtesse actuelle du vaisseau avec celle que donne notre formule; & quelque grande que puisse être la différence entre ces deux vîtesses, elle n'aura aucune influence sur la manœuvre des vaisseaux. Mais il n'en est pas de même dans les routes obliques, où la connoissance de la dérive, qui fait une partie très-essentielle de l'art de conduire les vaisseaux, dépend principalement de la justesse de notre formule; de sorte que si elle s'écartoit

beaucoup de la vérité, elle pourroit occasionner des accidens très-fâcheux. On se rappellera qu'ayant supposé $= \psi$ l'angle AFY, que la force poussante FY fait avec l'axe du vaisseau FA, & appellé φ l'angle AFX, que fait la direction de la route du vaisseau FX avec ledit axe FA, & qui mesure la dérive, nous avons, conformément à notre hypothese, exprimé la relation entre les deux angles ψ & φ, par cette équation: Tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}$. tang. φ^2. Et s'il arrivoit que cette équation s'écartât beaucoup de la vérité, les regles que nous avons prescrites pour les routes obliques, pourroient faire tomber dans des erreurs assez considérables. Or c'est principalement sur cette égalité que nous avons établi les différentes especes de vaisseaux, plutôt que sur le rapport entre la longueur & la largeur de la carene. Ainsi la premiere espece marquée par le caractere $a = 3b$, doit comprendre tous les vaisseaux où cette relation a lieu, tang. $\psi = \frac{27}{2}$. tang. φ^2, quand même le rapport entre a & b seroit tout autre que $a = 3b$. De la même maniere le vrai caractere de notre seconde espece, marqué par $a = \frac{7}{2}b$, doit comprendre tous les vaisseaux pour lesquels on aura tang. $\psi = \frac{343}{16}$. tang. φ^2, ou à-peu-près tang. ψ Fig. 7.

$= 22.$ tang. ϕ^2, quel que ſoit le rapport entre a & b; il en eſt de même de toutes les autres eſpeces. C'eſt donc par-là qu'il faut juger à quelle eſpece on doit rapporter chaque vaiſſeau propoſé. Pour éclaircir ce que nous venons de dire par un exemple, ſuppoſons un vaiſſeau dans lequel cette relation a lieu, tang. $\downarrow = 50.$ tang. ϕ^2; ſi l'on compare le nombre 50 avec le coefficient $\frac{a^3}{2b^3}$, on trouvera $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{100}$, ou $a = 4\frac{2}{3}.b$. D'où l'on voit que ce vaiſſeau doit être placé entre notre quatrieme eſpece indiquée par $a = 4\frac{1}{2}b$, & la cinquieme déſignée par $a = 5b$, ſans s'embarraſſer du rapport qui peut avoir lieu entre la longueur & la largeur de la carene de ce vaiſſeau.

§. 50. Pour rendre plus générale cette façon de claſſer les différens vaiſſeaux, ſuppoſons que pour un vaiſſeau propoſé on ait trouvé cette relation : tang. $\downarrow = N.$ tang ϕ^2, on fera $\frac{a^3}{2b^3} = N$, & l'on en tirera $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{2.N}$. Faiſant enſuite $\sqrt[3]{2.N} = n$, on aura $a = n.b$: d'où l'on voit que ce vaiſſeau doit être rapporté à celle de nos eſpeces indiquée par $a = n.b$, quoique le vrai rapport entre la longueur & la largeur

de la carene puiſſe être très-différent de celui-ci. Il ne ſera pas difficile de découvrir la valeur de ce nombre N par une expérience aſſez ſimple : on diſpoſera les voiles obliquement à l'axe AB ſous un angle $AFS = n$, qu'on pourra prendre à volonté ; dirigeant enſuite le vaiſſeau enſorte que le vent tombe perpendiculairement ſur les voiles, pour que la force pouſſante FY ſoit bien perpendiculaire à leur ſurface, & que l'effet de leur courbure ſoit le moindre qu'il eſt poſſible, on aura l'angle $\downarrow = 90° - n$. Le vaiſſeau ainſi diſpoſé, on lui fera parcourir quelque eſpace, & on obſervera exactement la route FX, ſur laquelle il ſille ; ce qui fera connoître la dérive ou l'angle $AFX = \varphi$. Connoiſſant par cette expérience les deux angles $\downarrow$ & φ, on aura le nombre $N = \frac{tang.\downarrow}{tang.\varphi^2}$; d'où l'on déterminera l'eſpece à laquelle ce vaiſſeau doit être rapporté. Au reſte, il ſera toujours bon de faire ces expériences par un beau tems, & lorſque la mer eſt calme, pour n'avoir rien à craindre de l'agitation des vagues.

§. 51. On peut encore ſe ſervir utilement de bons modeles en petit, qui repréſentent exactement les vaiſſeaux tels qu'ils ſont, pour faire des expériences ſur la réſiſtance des vaiſſeaux ; ce qui ſeroit d'au-

tant plus intéreſſant, que la théorie, ſur ce ſujet, eſt encore très-défectueuſe, comme nous l'avons déjà remarqué. Pour remplir cet objet, il ne ſeroit pas néceſſaire que le modele repréſentât le vaiſſeau en entier; il ſuffiroit qu'il exprimât exactement la figure de la carene, & ſur-tout ſa ſurface, même juſqu'au degré de poli qu'elle peut avoir; car on a obſervé que les carenes plus ou moins polies ou unies, ſont ſuſceptibles de différens degrés de réſiſtance. Mais il eſt inutile de repréſenter, dans un tel modele, toutes les parties de l'intérieur du vaiſſeau, ainſi que tout ce qui ſe trouve au-deſſus de l'eau. Il eſt eſſentiel de le leſter de façon qu'étant mis à l'eau, ſa partie ſubmergée réponde exactement à celle du vaiſſeau qu'il repréſente. On comprendra aiſément qu'en mettant en expérience pluſieurs petites carenes, telles qu'on vient de les décrire, & de figures différentes, on en pourra tirer des lumieres très-importantes pour perfectionner la conſtruction des vaiſſeaux, les expériences qu'on fera aiſément par leur moyen, pouvant faire connoître les bonnes ou les mauvaiſes qualités que les vaiſſeaux conſtruits ſur leurs modeles doivent avoir relativement à la réſiſtance. Car pour les autres propriétés des vaiſſeaux, la théorie eſt déjà aſſez ſolidement

établie, pour qu'on n'ait plus beſoin de conſulter l'expérience.

§. 52. Pour faire ces expériences il faut un grand baſſin rempli d'eau *llnn*, dans lequel le modele qu'on veut mettre en expérience puiſſe ſe mouvoir librement par un eſpace aſſez conſidérable. Suppoſant donc qu'il s'agiſſe de trouver la réſiſtance qu'un tel modele AB éprouvera dans l'eau par ſa proue dans la route directe, on y attachera un fil AMNO, qu'on fera paſſer hors du baſſin par-deſſus une poulie O, & qu'on chargera à l'autre extrêmité d'un poids P, qui par ſa peſanteur entraînera le petit vaiſſeau par l'eſpace AMN. On obſervera d'attacher le fil au petit vaiſſeau, enſorte que pendant ſon mouvement la carene demeure enfoncée dans l'eau à la profondeur déterminée, & que le mouvement ſe faſſe par la même ligne droite AN, ſuivant la direction de l'axe BA; c'eſt ce qu'il ne ſera pas difficile d'obtenir, après quelques eſſais. Le mouvement du modele ſera d'abord accéléré, mais il ne tardera pas à devenir uniforme. Suppoſons que cela arrive après avoir parcouru l'eſpace AM, on marquera cet endroit M ſur le baſſin par la ligne *mm*; & auſſi-tôt que le modele aura atteint ce terme M, on comptera

Fig. 14.

par le moyen d'un pendule, le nombre de ſecondes qu'il lui faut pour parcourir l'eſpace MN; ce tems obſervé avec ſoin, & déterminé, on ſera en état d'aſſigner la réſiſtance que le modele éprouve dans les routes directes.

§. 53. Pour cet effet, on réduira d'abord le poids P, dont on charge le fil, à un volume d'eau également peſant; de ſorte que P ſoit une étendue de trois dimenſions. Prenant enſuite rr pour exprimer la ſurface plane qui éprouveroit la même réſiſtance que le vaiſſeau en ſe mouvant directement dans l'eau avec la même vîteſſe, rr repréſentera la réſiſtance abſolue du vaiſſeau que nous cherchons : ſoit de plus v la vîteſſe avec laquelle le vaiſſeau parcourra uniformément l'eſpace $MN = s$, & que le nombre des ſecondes obſervé, ſoit $= t$, les lettres s, t & P expriment, comme on le voit, des quantités connues; & r, ainſi que v, des inconnues. Maintenant il eſt clair que la réſiſtance ſera $= \frac{vv}{4g} rr$, & cette réſiſtance devant être égale à la force P, nous aurons cette équation $\frac{vv \cdot rr}{4g} = P$. Or, puiſque le mouvement ſe fait avec la vîteſſe v par l'eſpace s dans le tems t, on aura $v = \frac{s}{t}$. Notre

équation deviendra donc, en ſubſtituant, $\frac{4srr}{4gtt} = P$; d'où l'on tirera la réſiſtance abſolue $rr = \frac{4gPtt}{ss}$, exprimée par des quantités connues.

§. 54. On pourra encore par des expériences ſemblables, faites ſur des modeles de vaiſſeaux, découvrir la juſte relation entre les deux angles ψ & φ, que nous venons d'indiquer par cette formule tang. ψ = N. tang. φ^2. Il ne faut pour cela, que ſe rappeller l'origine de cette formule que nous avons tirée du rapport entre la réſiſtance de la proue & la réſiſtance latérale que le vaiſſeau éprouveroit ſi le mouvement ſe faiſoit ſelon la direction du petit axe de la carene. Car ayant déſigné la réſiſtance de la proue par la lettre p, & la réſiſtance latérale par q, nous avons d'abord trouvé cette égalité: Tang. $\psi = \frac{q}{p}$. Tang. φ^2. Or, l'expérience du paragraphe précédent nous ayant déjà fait trouver la réſiſtance abſolue de la proue $p = rr$, il ne reſte plus qu'à faire encore une expérience ſemblable qui nous fera trouver l'autre réſiſtance abſolue q.

§. 55. Pour cela, mettant dans le baſſin

le petit modele, on le fera mouvoir par l'eſpace MN, de façon que la direction du mouvement ſoit toujours perpendiculaire au grand axe AB; ce qu'on pratiquera aiſément par le moyen de deux fils attachés en A & en B, & noués enſemble en C. Comme c'eſt ici le même modele que dans l'expérience précédente, on le fera mouvoir par le même eſpace MN $= s$, en employant le même poids P. Suppoſons maintenant que la réſiſtance latérale que nous cherchons, ſoit égale à celle d'une ſurface plane RR, & que le mouvement, par l'eſpace MN ſe faſſe en T ſecondes, nous trouverons, comme dans le cas précédent $R^2 = \frac{4gP.TT}{ss}$. Cette formule nous donne la valeur de la lettre $q = \frac{4gP.TT}{ss}$, celle de p étant $= \frac{4gP.tt}{ss}$. Le rapport $\frac{q}{p}$ entre les deux réſiſtances devient donc $= \frac{RR}{rr} = \frac{TT}{tt}$; & ce rapport ſuit la raiſon doublée des tems T & t, employés à parcourir le même eſpace MN. Ayant donc $N = \frac{TT}{tt}$, on aura $n = \sqrt[3]{2N} = \sqrt[3]{\frac{2TT}{tt}}$, & les vaiſſeaux conſtruits ſur ce modele doivent être rapportés à l'eſpece qu'on déſigne par l'équation $a = nb$, quel que ſoit

le rapport qui ait lieu entre la longueur de la carene a & ſa largeur b.

Suppoſons qu'on ait trouvé, par une expérience, les deux tems $t = 5''$, & $T = 40''$, on aura dans ce cas $N = 64$; & partant $n = \sqrt{2N} = 5,04$: d'où l'on voit qu'un tel vaiſſeau doit être claſſé dans la cinquieme eſpece $a = 5b$ à fort peu près. Telle eſt en général la méthode qu'il faudra ſuivre pour appliquer les regles données ci-deſſus pour les routes obliques des vaiſſeaux.

MÉMOIRE

SUR L'ACTION DES RAMES.

§. 1. L'ACTION des Rameurs étant un travail des plus pénibles, il eſt ſans doute bien fâcheux que ce ne ſoit que le tiers de leurs efforts qui ſoit employé à mettre le vaiſſeau en mouvement, tandis que les deux autres tiers ſont employés preſqu'inutilement, tant pour retirer les rames hors de l'eau, que pour les ramener dans leur premiere ſituation pour les plonger de nouveau dans l'eau. Ainſi, le nombre des Rameurs étant ſuppoſé $= n$, on n'en peut compter que $\frac{1}{3} n$, qui travaillent actuellement à mouvoir le vaiſſeau; car quoique tous les Rameurs agiſſent à la fois en frappant l'eau avec leurs rames, & que leur action continue dans le même ordre, rien n'empêche qu'on ne puiſſe ſuppoſer qu'il n'y a que $\frac{1}{3} n$ des Rameurs qui travaillent continuellement à pouſſer le vaiſſeau. Cette ſuppoſition, qui n'a rien que de légitime, eſt d'ailleurs néceſſaire pour qu'on puiſſe regarder le mouvement du vaiſſeau comme uniforme, ſans être obligé de faire attention aux accélérations & retardations alter-

natives auxquelles les vaiſſeaux mis en mouvement par l'action des rames ſont aſſujettis en effet. De plus, comme les Rameurs ſont des agens libres, leur action n'eſt pas ſuſceptible d'une détermination plus exacte, parce que leurs efforts peuvent varier d'une infinité de manieres ſans qu'ils s'en apperçoivent preſque eux-mêmes.

§. 2. Conſidérons maintenant la force avec laquelle un Rameur eſt capable d'agir: il faut d'abord remarquer que quels que ſoient les efforts qu'un Rameur peut faire étant en repos, ils doivent ſouffrir une diminution d'autant plus grande qu'ils exigent de la part du Rameur plus de vîteſſe dans le mouvement de ſon corps & de ſes membres; & il y aura toujours un certain degré de vîteſſe qu'il ne peut atteindre ſans devenir incapable de tout effort, & plus il en approche, plus la force qu'il veut employer ſouffre de diminution. Comme il eſt de la derniere importance de tenir compte de cette variabilité dans la force des Rameurs, qui réſulte de leur propre mouvement, nous tâcherons de la ramener à quelque détermination fixe. Nommons pour cet effet F la force qu'un Rameur en repos eſt capable de déployer, & ſoit *c* la plus grande vîteſſe avec laquelle il peut

mouvoir ſes membres ; de ſorte que remuant ſes membres avec cette vîteſſe c, il ſoit dès-lors hors d'état de vaincre le moindre obſtacle. Cela poſé, il s'agit d'aſſigner la force avec laquelle ce même Rameur agira lorſqu'il ſe meut avec une vîteſſe donnée $= u$: la formule qui exprime cette force doit être telle, que prenant la vîteſſe $u = 0$, la force devienne $= F$, & qu'elle s'évanouiſſe en faiſant $u = c$.

§. 3. Cette diminution de force eſt évidemment cauſée par les efforts que les Rameurs doivent faire pour mouvoir leur propre corps ; de ſorte que plus ils emploient de force pour produire cet effet, moins il leur en reſte pour appliquer aux rames. Mais comme la liberté de l'agent ne peut qu'influer beaucoup ſur ſon action, il eſt impoſſible de renfermer cette variabilité dans des formules analytiques ; cependant il y a lieu de préſumer que nous ne nous écarterons pas beaucoup de la vérité en comparant ce cas avec celui d'un courant d'eau, dont la vîteſſe ſoit $= c$, & qui, en choquant un corps en repos, y exerce une force $= F$. Or ſi le même corps eſt mu ſuivant la même direction avec une vîteſſe $= u$, moindre que c, on ſait que la force du courant ſur ce corps ſera alors

$= F$

$= F\,(1 - \frac{u}{c})^2$; d'où il paroît qu'on peut ſe ſervir de la même formule pour exprimer la force d'un Rameur dans le cas propoſé. Il eſt bon d'obſerver, ſur cette formule, que la lettre F n'exprime pas tant une force abſolue qu'un volume d'eau dont le poids eſt égal à la force en queſtion; & que les lettres c & u dont nous nous ſervons pour exprimer les viteſſes, indiquent les eſpaces que les viteſſes feroient parcourir dans une ſeconde.

§. 4. Suppoſant maintenant le Rameur en action, & $u =$ la viteſſe avec laquelle il remue ſon corps, & nommément ſes bras, la force qu'il déploiera ſur les rames ſera exprimée par cette formule $F\,(1 - \frac{u}{c})^2$. Et comme le nombre des Rameurs eſt ſuppoſé $= n$, & que ce n'eſt que le tiers dont l'action eſt continuelle, la ſomme de toutes les forces qui agiſſent ſur les rames pour mouvoir le vaiſſeau, ſera $= \frac{1}{3} n.\,F\,(1 - \frac{u}{c})^2$. Telle eſt la force totale qui agit continuellement ſur le vaiſſeau, & que nous indiquerons, pour abréger, par la lettre P, en faiſant $P = \frac{1}{3} n.\,F\,(1 - \frac{u}{c})^2$.

§. 5. Que la ligne POQ repréſente une rame appuyée en O ſur le bord du vaiſ- *Fig.* 16

ſeau, & nommons ſa partie intérieure au vaiſſeau OP = p, & l'autre extérieure OQ = q, en ſuppoſant que la force du Rameur eſt appliquée au point P, & que le point Q eſt le centre de la pale, ou de la partie de la rame qui frappe l'eau. Cela poſé, puiſque le point de la rame P eſt tiré par le Rameur dans la direction PR avec la vîteſſe = u, la ligne PR étant perpendiculaire à OP; l'autre point Q en recevra un mouvement ſuivant la direction QS, dont la vîteſſe ſera = $\frac{qu}{p}$, la ligne QS étant pareillement perpendiculaire à OQ, la rame étant regardée comme une ligne droite, ou comme un levier appuyé au point O.

§. 6. Conſidérant maintenant le mouvement du vaiſſeau que l'on ſuppoſe ſe mouvoir ſelon la direction Aα avec une vîteſſe = v, il eſt clair qu'il éprouvera la même réſiſtance que s'il étoit en repos, & que l'eau coulât ſuivant la direction contraire αA avec la vîteſſe = v. Dans cette ſuppoſition, on peut regarder le vaiſſeau comme étant effectivement en repos, & l'action des rames comme employée à conſerver le vaiſſeau en repos dans le courant d'eau, dont la vîteſſe eſt v. Pour déterminer la réſiſtance, on ſuppoſera que ff ex-

prime une ſurface plane qui, frappée directement par le même courant d'eau, en reçoit un choc égal à la réſiſtance cherchée. Cela poſé, on ſait que la force de cette réſiſtance ſera égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume $= ff.\frac{vv}{4g}$, g déſignant la hauteur de la chûte d'un corps dans une ſeconde. Faiſons encore, pour abréger, cette formule $\frac{ffvv}{4g} = R$.

§. 7. Retournons à préſent à la rame, dont le point Q a un mouvement ſuivant QS avec la vîteſſe $= \frac{qu}{p}$. L'eau étant mue ſuivant la direction αA avec la vîteſſe $= v$, on voit que la rame ne frappe l'eau qu'autant que ſa vîteſſe $\frac{qu}{p}$ ſurpaſſe la vîteſſe de l'eau v. La direction QS n'eſt pas à la vérité préciſément la même que αA, mais la différence ne peut jamais être bien conſidérable; la longueur qu'il eſt d'uſage de donner aux rames eſt telle que pendant qu'on les meut dans l'eau, la direction QS ne peut différer que fort peu de la direction du vaiſſeau. On peut donc ſuppoſer la vîteſſe avec laquelle l'eau eſt frappée par les rames, $= \frac{qu}{p} - v$.

§. 8. Soit à préſent hh la ſurface d'une pale, ou de l'extrêmité de la rame avec laquelle l'eau eſt frappée perpendiculairement ou à-peu-près, la force qui en réſulte ſera $= \frac{hh}{4g}.(\frac{qu}{p} - v)^2$, dont la direction ſera la droite QT, la même à-peu-près que celle du mouvement; & comme cette formule exprime la force d'un Rameur, produite dans le point P de la rame, la ſomme de toutes ces forces ſera $= \frac{1}{3} n. \frac{hh}{4g} (\frac{qu}{p} - v)^2$, nous la ferons, pour abréger, $=$ Q. Il faut obſerver que hh indique l'aire d'une pale qui répond à un Rameur: car ſi deux ou pluſieurs Rameurs étoient appliqués à une même rame, alors hh ne déſigneroit que la moitié ou une moindre partie de la ſurface entiere de la pale.

§. 9. Voilà donc trois forces, P, Q & R, dont la ſolution de notre Problême dépend, ou la détermination de la vîteſſe qui ſera imprimée au vaiſſeau par le nombre n de Rameurs que nous lui ſuppoſons appliqués; puiſque nous conſidérons le vaiſſeau comme en repos, la nature du levier appuyé au point O nous fournit le rapport entre les forces P & Q, lequel eſt exprimé par l'égalité P. p = Q. q. Mais

comme ces deux forces ne ſont appliquées qu'à la rame qui leur obéit actuellement, on ne peut les conſidérer comme agiſſantes immédiatement ſur le corps du vaiſſeau : c'eſt la force que ſoutient l'appui O, qui agit immédiatement ſur le vaiſſeau ; & cette force étant égale à la ſomme $P + Q$, le point O en eſt ſollicité ſuivant la direction OA : mais comme les Rameurs, en tirant les rames dans la direction PR, appuient leurs corps & principalement leurs pieds contre le vaiſſeau, il en réſulte une force $= P$, dont le vaiſſeau eſt repouſſé en ſens contraire. Il faut donc retrancher cette force de celle qui eſt appliquée au point O, & qui eſt $= P + Q$; il ne reſtera donc que la force $= Q$, par laquelle le vaiſſeau ſera pouſſé dans la direction OA. Mais le mouvement du vaiſſeau étant ſuppoſé uniforme, il faut que cette force Q ſoit égale à la réſiſtance R. Il n'eſt donc plus queſtion que de connoître ces deux équations : 1°. $P.p = Q.q$; & 2°. $Q = R$.

§. 10. La derniere de ces équations $Q = R$, en mettant à la place de Q & R leurs valeurs trouvées ci-deſſus, devient $\frac{1}{3}n.\frac{hh}{4g}\left(\frac{qu}{p} - v\right)^2 = \frac{ff.vv}{4g}$, dont la racine quarrée eſt $h.\left(\frac{qu}{p} - v\right)\sqrt{\frac{1}{3}n} = fv$ &

d'où l'on tire $\frac{qu}{p} - v = \frac{fv}{h\sqrt{\frac{1}{3}n}}$. Supposons, pour abréger, $\frac{f}{h\sqrt{\frac{1}{3}n}} = m$; de sorte que $ff = \frac{1}{3}m^2 . h^2 . n$, ou $n = \frac{3 . ff}{m^2 . h^2}$; & notre équation deviendra $\frac{qu}{p} - v = mv$; d'où l'on tirera $\frac{q}{p} = \frac{(m+1)v}{u}$, & $\frac{p}{q} = \frac{u}{(m+1)v}$. Nous connoissons donc le rapport entre les deux parties de chaque rame, les deux vîtesses v & u avec le nombre m étant données.

§. 11. La premiere équation $Pp = Qq$ nous fournit ensuite, à cause de $Q = R$, $P = \frac{qR}{p} = \frac{(m+1) . v}{u} . R$, nouvelle équation qui devient, en introduisant les valeurs trouvées ci-dessus, $\frac{1}{3}n . F(1 - \frac{u}{c})^2 = \frac{ff(m+1)v^3}{4g . u}$; d'où l'on tire $\frac{1}{3}n . F u (1 - \frac{u}{c})^2 = \frac{ff . (m+1) . v^2}{4g}$. Cette équation servira pour trouver la vîtesse du vaisseau v, la force des Rameurs, leur nombre n, leur vîtesse u, & le nombre m étant donnés, au moyen de cette formule

$$v = \sqrt{\frac{4ngFu(1 - \frac{u}{c})^2}{3 . ff(m+1)}}$$

§. 12. Nous pouvons encore, au moyen de cette formule, réſoudre cette queſtion très-importante : *Avec quelle vîteſſe les Rameurs doivent-ils agir ſur les rames, afin que le vaiſſeau reçoive la plus grande vîteſſe poſſible ?* Car nous voyons que cette vîteſſe s'évanouiroit, tant au cas de $u = 0$, qu'au cas de $u = c$. Il s'agit donc de trouver la valeur de u, afin que la formule ait la plus grande valeur poſſible : c'eſt ce qui a lieu lorſque $u = \frac{1}{3} c$. Une remarque intéreſſante à faire ici, eſt que $F\,(1 - \frac{u}{c})^2$, exprimant la force d'un Rameur, & u la vîteſſe avec laquelle il agit, le produit $Fu\,(1 - \frac{u}{c})^2$ exprime préciſément ce qu'on nomme, en méchanique, la quantité d'action. Une autre obſervation importante, & qui mérite également toute notre attention, eſt que la vîteſſe imprimée au vaiſſeau v eſt proportionnelle à la racine cubique de la quantité d'action des Rameurs, autant que la lettre m demeure la même : car m renfermant auſſi le nombre des Rameurs, cette proportion peut devenir plus compliquée, comme nous le verrons dans la ſuite. Il n'y a donc aucun doute qu'on ne doive prendre $u = \frac{1}{3} c$, ce qui donne la quantité d'action $\frac{4}{27} Fc$; & la plus grande vîteſſe du vaiſſeau aura pour expreſſion cette

quantité $\sqrt[3]{\frac{16}{81}\cdot\frac{ngFc}{ff(m+1)}}$, qui deviendra, en mettant pour n sa valeur $\frac{3ff}{m^2h^2}$, $\sqrt[3]{\frac{16}{27}\cdot\frac{gFc}{m^2h^2(m+1)}}$. Ayant ainsi trouvé la plus grande vîtesse, on voit que la longueur de chaque rame doit être partagée au point O, de façon qu'on ait $\frac{OQ}{OP}=\frac{q}{p}=\frac{(m+1)v}{u}=\frac{3(m+1)v}{c}$. En disposant les rames ainsi que le prescrit cette formule, elles seront disposées le plus avantageusement qu'il est possible, pour imprimer au vaisseau la plus grande vîtesse.

§. 13. Pour appliquer ces formules à la pratique, il faut d'abord donner à F, qui désigne la force avec laquelle un homme en repos est capable d'agir, sa véritable valeur, en observant qu'on ne doit pas supposer cette force trop grande, afin que les Rameurs puissent soutenir le travail. Quelques expériences ont fait connoître qu'on ne peut porter cette force au-delà du poids des trois quarts d'un pied cubique d'eau, ou d'environ cinquante-quatre livres. On est encore fondé à juger que la plus grande vîtesse d'un homme c ne doit pas surpasser sept pieds & demi, dont le tiers ou la valeur de u est $2\frac{1}{2}$ pieds. D'après ces déterminations il est aisé de juger si une galere, ou autre bâtiment à rames, est bien disposé ou

non : car ſi les Rameurs, en tirant les rames dans l'eau, remuent leurs bras avec une viteſſe plus grande ou plus petite que de deux pieds & demi par ſeconde, c'eſt une marque très-ſure que le travail des Rameurs n'eſt pas diſpoſé comme il devroit l'être.

§. 14. On ſait encore par l'expérience, que la grandeur d'une pale relativement à un homme, ne doit pas excéder un demi-pied quarré, afin que les rames ne deviennent pas d'une peſanteur qui en rendroit le maniement difficile. Faiſant donc $hh = \frac{1}{2}$, on aura le nombre des Rameurs $n = \frac{6.ff}{m^2}$. Suppoſant enſuite le nombre des Rameurs $n = aff$, la quantité ff étant exprimée en pieds quarrés, parce que tout eſt rapporté à la quantité de la réſiſtance indiquée par ff, nous aurons $mm = \frac{6}{a}$, & $m = \sqrt{\frac{6}{a}}$. Enfin la hauteur étant $g = 16$ pieds de Londres, les deux équations qui renferment toute la ſolution de notre Problême, ſeront :

$$v = \sqrt[3]{\frac{160.a}{9\left(1+\sqrt{\frac{6}{a}}\right)}} = \sqrt[3]{\frac{160}{9}}.\frac{a}{1+\sqrt{\frac{6}{a}}}, \text{ \& ayant trouvé } v, \text{ l'autre équation eſt :}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{3(m+1)v}{c} = \frac{2\left(1+\sqrt{\frac{6}{a}}\right)v}{5}, \text{ ou}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{2}{3}.v\left(1+\sqrt{\frac{6}{a}}\right).$$

§. 15. Au moyen de ces formules on peut calculer une Table où l'on trouve pour chaque nombre de Rameurs, tant la vîteſſe du vaiſſeau, ou l'eſpace parcouru dans une ſeconde de tems, exprimée en pieds de Londres, que la proportion entre les deux parties de chaque rame, ou bien la valeur de la fraction $\frac{OQ}{OP}$: telle eſt la Table qui ſuit. La premiere colonne comprend le nombre des Rameurs, exprimé par la quantité αff, ff étant la réſiſtance abſolue exprimée en pieds quarrés, on donne ſucceſſivement à la lettre α les valeurs 1, 2, 3, 4, 5, &c. juſqu'à 40 & au-delà ; l'expérience ayant fait connoître qu'une galere de deux cens ſoixante Rameurs éprouvoit une réſiſtance abſolue $ff = 10$ pieds quarrés ; le nombre des Rameurs étoit en ce cas $= 26\,ff$. La ſeconde colonne donne la vîteſſe du vaiſſeau, ou le nombre des pieds parcourus par ſeconde. Dans la troiſieme colonne, on trouve l'eſpace parcouru dans une heure, & qui eſt $= 3600$. *v*. L'on trouve enfin dans la quatrieme colonne la juſte valeur du rapport $\frac{OQ}{OP}$.

Nombre des Rameurs.	Vîteſſe du vaiſſeau.	Eſpace parcouru par heure.	Rapport $\frac{OQ}{OP}$.
1 ff	1,727	6218	2,383
2 ff	2,352	8468	2,570
3 ff	2,806	10080	2,710
4 ff	3,173	11425	2,824
5 ff	3,487	12555	2,923
6 ff	3,764	13551	3,011
7 ff	4,013	14446	3,091
8 ff	4,240	15263	3,165
9 ff	4,449	16017	3,233
10 ff	4,646	16725	3,290
11 ff	4,827	17378	3,357
12 ff	4,999	17998	3,414
13 ff	5,163	18586	3,468
14 ff	5,318	19145	3,520
15 ff	5,466	19679	3,568
16 ff	5,608	20191	3,617
17 ff	5,745	20681	3,663
18 ff	5,876	21153	3,707
19 ff	6,002	21609	3,750
20 ff	6,124	22048	3,792
21 ff	6,243	22474	3,832
22 ff	6,358	22887	3,871
23 ff	6,469	23286	3,909
24 ff	6,577	23676	3,946
25 ff	6,682	24054	3,982
26 ff	6,784	24423	4,017

Nombre des Rameurs.	Vîteſſe du vaiſſeau.	Eſpace parcouru par heure	Rapport $\frac{OQ}{OP}$.
27 ff	6,884	24782	4,052
28 ff	6,982	25135	4,036
29 ff	7,077	25475	4, 18
30 ff	7,170	25810	4,150
31 ff	7,262	26140	4,181
32 ff	7,350	26458	4,212
33 ff	7,437	26773	4,243
34 ff	7,522	27080	4,273
35 ff	7,606	27380	4,302
36 ff	7,688	27678	4,331
37 ff	7,769	27966	4,359
38 ff	7,848	28254	4,387
39 ff	7,926	28533	4,414
40 ff	8,003	28811	4,441
45 ff	8,368	30127	4,569
50 ff	8,708	31347	4,690
60 ff	9,325	33563	4,908
70 ff	9,874	35546	5,106
80 ff	10,374	37347	5,286
90 ff	10,834	39003	5,452
100 ff	11,261	40539	5,608

§. 16. On voit, par ce qui précede, que la théorie ne détermine rien ſur la longueur abſolue des rames; mais ſi l'on conſidere l'eſpace décrit par le point P, pendant la

durée d'une palade, & qu'on faſſe cet eſpace PR $= r$, il eſt évident que ſi la partie OP $= p$ étoit égale à PR $= r$, la rame parcourroit dans chaque palade un angle de 60 degrés; de ſorte qu'au commencement & vers la fin, la direction QS du choc de l'eau ſeroit aſſez oblique à celle du vaiſſeau, d'où réſulteroit une diminution très-ſenſible. Or cet eſpace PR $= r$, pouvant être eſtimé à trois pieds ou environ, il faut que la partie intérieure des rames OP ſoit au moins de cinq ou ſix pieds. Toute la longueur ſe trouvera ainſi déterminée pour un nombre donné de Rameurs. On peut encore remarquer que ſi les circonſtances permettoient de donner aux pales une ſurface plus grande que d'un demi-pied quarré, la vîteſſe du vaiſſeau en ſeroit ſenſiblement augmentée. C'eſt ce qu'on peut voir par une Table inſérée dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, tome III, pag. 210, où j'ai ſuppoſé $hh = \frac{3}{4}$ pieds quarrés; on y verra encore que le rapport des parties $\frac{OQ}{OP}$ eſt plus petit. Ce que nous venons de dire ſur l'action des rames, & ſur le mouvement que le vaiſſeau en reçoit, paroît ſuffiſant pour donner une idée juſte de cette matiere.

SUPPLÉMENT.

LETTRE de M. LEXELL à M. le Marquis DE CONDORCET.

MONSIEUR, ayant communiqué à M. Euler la ſolution d'un Problême dont il s'eſt occupé dans ſa Théorie de la conſtruction & manœuvre des vaiſſeaux, & qu'il ne croyoit alors réſoluble que par approximation, il m'a chargé de vous en faire part, Monſieur, pour que vous en faſſiez l'uſage que vous jugerez à propos dans la nouvelle édition qui s'en fait à Paris. Quelque peu d'importance que j'attache à ma ſolution, je n'ai pas cru pouvoir me diſpenſer de me conformer à la volonté de M. Euler.

L'objet du Problême dont il s'agit dans le Mémoire ci-joint, eſt de *trouver la plus grande différence entre l'obliquité de la route, & celle de la force pouſſante.* Je ne puis pas douter que ma ſolution ne ſoit exacte autant que l'équation tang. α. tang. ψ = tang. φ^2, donnée par M. Euler, exprime exactement le rapport qui a lieu entre ces obliquités. Mais il paroît que la maniere dont M. Euler a démontré ce rapport, n'eſt pas auſſi ſatisfaiſante qu'il ſeroit à deſirer; &

on ſeroit tenté de douter ſi l'angle ψ ne devroit pas être exprimé par quelqu'autre fonction de l'angle ϕ, que le produit de tang. ϕ^2 par une conſtante. Il me paroit qu'en général, & quelle que ſoit la figure du vaiſſeau, on doit avoir tang. $\psi = A. \frac{e - cof. 2\phi}{f + cof. 2\phi}$, équation qui ſe réduit à celle de M. Euler, lorſque $e = 1$, & $f = 1$. Il faudroit donc prouver que dans toutes les eſpeces de vaiſſeaux e eſt $= 1$, & $f = 1$. Il faut convenir que ſans cela la ſolution du Problême ne peut être d'une utilité générale & abſolue. Mais comme dans ces ſortes de recherches il n'eſt guere poſſible d'atteindre à une préciſion géométrique, il ſuffit que le rapport déterminé par M. Euler ſoit vrai, à peu de choſe près.

Il ſe trouve encore dans la Théorie de M. Euler un Problême bien remarquable, celui où il eſt queſtion de trouver le plus prompt ſillage. M. Euler n'en a donné qu'une ſolution indirecte. Il eſt vrai que la ſolution de ce Problême dépend de la réſolution d'une équation du cinquieme degré, & que cette équation ſe refuſe aux méthodes connues d'approximation. C'eſt ſans doute ce qui a engagé M. Euler à chercher l'angle δ en ſuppoſant les angles n & ϕ connus, 3e *Partie de ſa Théorie*, *Chap. V*, § 35, plutôt que l'angle ϕ, en ſuppo-

ſant δ connu. Je remarquerai à ce ſujet que la recherche de l'angle δ, en ſe ſervant de la formule de M. Euler, n'eſt pas peu embarraſſante. Mais cette formule peut être transformée dans une autre extrêmement ſimple & très-commode pour le calcul numérique.

Puiſqu'on a tang. $(\delta - n)$ cot. $n = \frac{2 - tang.\ n\ tang.\ \phi}{1 - 2\ tang.\ n\ tang.\ \phi} = \frac{2\ cot.\ n - tang.\ \phi}{cot.\ n - 2\ tang.\ \phi}$, & cot. n = cot. α. tang. ϕ^2, on aura, en ſubſtituant cette valeur de cot. n, tang. $(\delta - n)$ cot. $n = \frac{2\ cot.\ \alpha.\ tang.\ \phi - 1}{cot.\ \alpha.\ tang.\ \phi - 2} = \frac{2\ tang.\ \phi - tang.\ \alpha}{tang.\ \phi - 2\ tang.\ \alpha}$.

Suppoſant enſuite tang $\theta = \frac{ſin.\ (\phi + \alpha)}{3\ ſin.\ (\phi - \alpha)}$, on aura tang. $(45° + \theta) = \frac{1 + tang.\ \theta}{1 - tang.\ \theta} = \frac{3\ ſin.\ (\phi - \alpha) + ſin.\ (\phi + \alpha)}{3\ ſin.\ (\phi - \alpha) - ſin.\ (\phi + \alpha)} = \frac{2\ tang.\ \phi - tang.\ \alpha}{tang.\ \phi - 2\ tang.\ \alpha}$.

Donc tang. $(\delta - n)$ cot. n = tang. $(45° + \theta)$, ou tang. $(\delta - n)$ = tang. n tang. $(45° + \theta)$. Ainſi pour trouver l'angle δ, il n'y a qu'à chercher l'angle θ au moyen de l'équation tang. $\theta = \frac{ſin.\ (\phi + \alpha)}{3\ ſin.\ (\phi - \alpha)}$, & l'on aura tang. $(\delta - n)$ = tang. n tang. $(45° + \theta)$.

J'ai l'honneur d'être, &c.

Pétersbourg, le $\frac{1}{13}$ *Décembre* 1775.

REMARQUES

REMARQUES sur le Problême dans lequel il eſt propoſé de trouver la plus grande différence entre l'obliquité de la route des vaiſſeaux, & celle de la force pouſſante. *Voyez la Théorie de la conſtruction & manœuvre des vaiſſeaux, par M. Euler. Partie II, Chap. IV*, §. 31; *Chap. V*, §. 37; *& Partie III, Chap. IV*, §. 32.

M. EULER, cherchant le rapport entre l'angle φ de la dérive, & l'obliquité ψ de la force pouſſante, a trouvé cette équation : Tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}$ tang. φ^2, laquelle, en faiſant $\frac{2b^3}{a^3} =$ tang. α, ſe tranforme en celle-ci : Tang. α. tang. $\psi =$ tang. φ^2. Or étant propoſé de trouver en quel cas la différence entre les angles ψ & φ eſt la plus grande, il eſt clair que ce cas a lieu lorſque 2 ſin. $2\psi =$ ſin. 2φ, ou, ce qui revient au même, lorſque 2 ſin. ψ coſ. $\psi =$ ſin. φ coſ. φ, combinant cette équation avec celle

qui la précede, tang. α tang. ψ = tang. φ^2, on trouvera cette nouvelle équation cos. α^2 sin. φ^4 — 2 sin. α cos. α sin. φ cos. φ + sin. α^2 cos. φ^4 = 0, laquelle s'accorde parfaitement avec celle du quatrieme degré, donnée par M. Euler dans sa Théorie, *Part. II*, *Chap. IV*, §. 31, mais dont il n'a pas cherché les racines, croyant qu'on ne pouvoit les avoir que par approximation. Ayant un peu examiné cette équation, j'en ai trouvé une solution fort simple, dont voici le détail.

On a sin. $\varphi^4 = \frac{1}{4}(1 - \cos. 2\varphi)^2$; cos. $\varphi^4 = \frac{1}{4}(1 + \cos. 2\varphi)^2$, & sin. α cos. α sin. φ cos. $\varphi = \frac{1}{4}$ sin. 2α sin. 2φ. Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, on aura $(1 - \cos. 2\varphi)^2$ cos. α^2 + $(1 + \cos 2\varphi)^2$ sin. α^2 — 2 sin. 2α sin. $2\varphi = 0$, d'où l'on tirera, en développant les puissances indiquées, cos. $2\varphi^2$ — 2 cos. 2φ cos. 2α — 2 sin. 2α sin. 2φ + 1 = 0. On peut donner à cette équation une forme plus commode en faisant $2\varphi = \zeta$, & $2\alpha = \beta$; ce qui donnera cos. ζ^2 — 2 cos. β cos. ζ — 2 sin. ζ sin. β + 1 = 0. Pour résoudre maintenant cette équation, je supposerai qu'elle est formée par les deux suivantes : cos. $\zeta + m$ sin. $\zeta + n = 0$; cos. $\zeta - m$ sin. $\zeta + n' = 0$, lesquelles,

multipliées l'une par l'autre, donneront cos. $\zeta^2 - m^2$ sin. $\zeta^2 + (n + n')$ cos. $\zeta + m(n' - n)$ sin. $\zeta + nn' = 0$, ou bien $(1 + m^2)$ cos. $\zeta^2 + (n + n')$ cos. $\zeta + m(n' - n)$ sin. $\zeta + nn' - m^2 = 0$. Pour pouvoir maintenant faire la comparaison de cette équation avec celle qu'il est question de résoudre, on multipliera celle-ci par $1 + m^2$, ce qui donnera $(1 + m^2)$ cos. $\zeta^2 - 2(1 + m^2)$ cos. β cos. $\zeta - 2(1 + m^2)$ sin. β sin. $\zeta + 1 + m^2 = 0$. Comparant ces deux équations terme à terme, il en résultera les égalités suivantes: $n + n' = -2(1 + m^2)$ cos. β; $n' - n = \frac{-2(1+m^2)}{m}$ sin. β; $nn' = 1 + 2m^2$, Les premiere & seconde égalités donneront $n' = -(1 + m^2)(\text{cos. } \beta + \frac{\text{sin. } \beta}{m})$; $n = -(1 + m^2)(\text{cos. } \beta - \frac{\text{sin. } \beta}{m})$, & par conséquent $nn' = (1 + m^2)^2 (\text{cos. } \beta^2 - \frac{\text{sin. } \beta^2}{m^2}) = 1 + 2m^2$.

Faisant ensuite, pour faciliter le calcul, $m^2 = \mu$, l'équation deviendra $(1 + \mu)^2 (\text{cos. } \beta^2 - \frac{\text{sin. } \beta^2}{\mu}) = 1 + 2\mu$, ou $(1+\mu)^2 (\mu \text{ cos. } \beta^2 - \text{sin. } \beta^2) = \mu(1 + 2\mu)$; ou enfin, à cause de cos. $\beta^2 = 1 - \text{sin. } \beta^2$, $-(1 + \mu)^3$ sin. $\beta^2 + \mu(1 + \mu)^2 = \mu$

$(1 + 2\mu)$; d'où l'on conclud $(1 + \mu)^{\frac{3}{2}}$ sin. $\beta^2 = \mu^3$.

Il ſuit évidemment de-là que $\frac{\mu}{1+\mu} = \text{sin. } \beta^{\frac{2}{3}}$. Donc $\mu = \frac{\text{sin. } \beta^{\frac{2}{3}}}{1 - \text{sin. } \beta^{\frac{2}{3}}}$, & $m = \frac{\text{sin. } \beta^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{(1 - \text{sin. } \beta^{\frac{2}{3}})}}$.

Suppoſant maintenant qu'on ait cherché un angle γ tel que sin. γ = sin. $\beta^{\frac{1}{3}}$, on aura $m = \frac{\text{sin. } \gamma}{\sqrt{(1 - \text{sin. } \gamma^2)}} = \text{tang. } \gamma$. Donc $1 + m^2 = 1 + \text{tang. } \gamma^2 = \frac{1}{\text{cos. } \gamma^2}$; cos. $\beta + \frac{\text{sin. } \beta}{m} = \frac{\text{sin. } (\beta + \gamma)}{\text{sin. } \gamma}$; cos. $\beta - \frac{\text{sin. } \beta}{m} = \frac{\text{sin. } (\gamma - \beta)}{\text{sin. } \gamma}$: $n' = -(1 + m^2)(\text{cos. } \beta + \frac{\text{sin. } \beta}{m}) = -\frac{\text{sin. } (\beta + \gamma)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma^2}$; $n = \frac{-\text{sin. } (\gamma - \beta)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma^2} = -\frac{\text{sin. } (\beta - \gamma)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma^2}$. Subſtituant ces valeurs dans nos deux équations sin. γ cos. γ^2 cos. $\zeta + m$ sin. $\zeta + n = 0$; cos. $\zeta - m$ sin. $\zeta + n' = 0$, elles prendront les formes ſuivantes : cos. ζ + tang. γ sin. $\zeta + \frac{\text{sin. } (\beta - \gamma)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma^2} = 0$; cos. ζ — tang. γ sin. $\zeta - \frac{\text{sin. } (\beta + \gamma)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma^2} = 0$; ou bien cos. $(\zeta - \gamma) = \frac{\text{sin. } (\gamma - \beta)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma}$; cos. $(\zeta + \gamma) = \frac{\text{sin. } (\gamma + \beta)}{\text{sin. } \gamma \text{ cos. } \gamma}$;

Mais ces deux équations ne ſauroient fournir également des valeurs réelles pour l'angle ζ; car il s'enſuivroit de-là que cet angle pourroit avoir quatre valeurs réelles. Il faut donc chercher laquelle de ces deux équations donne des valeurs réelles pour ζ. On voit d'abord que la premiere équation donnera des valeurs réelles pour ζ, ſi l'expreſſion $\frac{\text{ſin.}(\gamma-\beta)}{\text{ſin.}\,\gamma\ \text{coſ.}\,\gamma}$ eſt une fraction, ou ſi ſin. γ coſ. $\gamma >$ ſin. $(\gamma-\beta)$, ou enfin ſi ſin. γ coſ. $\gamma >$ ſin. γ coſ. $\beta -$ coſ. γ ſin. β. Or ayant ſuppoſé ci-deſſus ſin. $\gamma^3 =$ ſin. β, on aura coſ. $\beta = \sqrt{(1-\text{ſin.}\,\gamma^6)} =$ coſ. $\gamma\sqrt{(1+\text{ſin.}\,\gamma^2+\text{ſin.}\,\gamma^4)}$, & ſin. γ coſ. $\beta -$ coſ. γ ſin. $\beta =$ ſin. γ coſ. $\gamma \times (\sqrt{1+\text{ſin.}\,\gamma^2+\text{ſin.}\,\gamma^4)} -$ ſin. $\gamma^2)$. De plus il eſt évident que $1+$ ſin. $\gamma^2 = \sqrt{(1+2\,\text{ſin.}\,\gamma^2+\text{ſin.}\,\gamma^4)}$ eſt $> \sqrt{(1+\text{ſin.}\,\gamma^2+\text{ſin.}\,\gamma^4)}$. Par conſéquent ſin. γ coſ. γ $(1+\text{ſin.}\,\gamma^2) >$ ſin. γ coſ. $\gamma\sqrt{(1+\text{ſin.}\,\gamma^2+\text{ſin.}\,\gamma^4)}$ & ſin. γ coſ. $\gamma >$ ſin. γ coſ. γ $(\sqrt{(1+\text{ſin.}\,\gamma^2+\text{ſin.}\,\gamma^4)} -$ ſin. $\gamma^2)$. Donc ſin. γ coſ. $\gamma >$ ſin. $(\gamma-\beta)$. Il eſt donc démontré que la premiere de nos deux équations fournira toujours des valeurs réelles pour ζ; & partant, que la ſeconde ne peut donner que des imaginaires.

Il eſt queſtion maintenant de trouver les deux valeurs de ζ, déduites de l'équa-

tion $\text{cof.}(\zeta - \gamma) = \frac{\text{fin.}(\gamma - \beta)}{\text{fin. } \gamma \text{ cof. } \gamma}$. Pour cela nous ferons $\frac{\text{fin.}(\gamma - \beta)}{\text{fin. } \gamma \text{ cof. } \gamma} = \text{cof. } \varepsilon$, & nous aurons $\zeta - \gamma = \varepsilon$, ou $\zeta' - \gamma = -\varepsilon$; d'où l'on tire $\zeta = \gamma + \varepsilon$, $\zeta' = \gamma - \varepsilon$; & par conſéquent $\varphi = \frac{1}{2}(\gamma + \varepsilon)$, $\varphi' = \frac{1}{2}(\gamma - \varepsilon)$, & $\varphi + \varphi' = \gamma$, $\varphi - \varphi' = \varepsilon$. Il ne reſte donc plus, pour completter la ſolution de notre Problême, qu'à déterminer les deux angles γ & ε; mais le premier eſt donné par l'équation $\text{fin. } \gamma = \text{fin. } \beta^{\frac{1}{3}} = \text{fin } 2\alpha^{\frac{1}{3}}$, & le ſecond par l'équation $\text{cof. } \varepsilon = \frac{\text{fin.}(\gamma - \beta)}{\text{fin. } \gamma \text{ cof. } \gamma}$: les deux valeurs réelles de φ, $\varphi = \frac{1}{2}(\gamma + \varepsilon)$, $\varphi' = \frac{1}{2}(\gamma - \varepsilon)$ ſeront donc déterminés.

Ayant ainſi trouvé la valeur de φ, il eſt aiſé d'en déduire l'angle ψ au moyen des équations $\text{tang. } \alpha \text{ tang. } \psi = \text{tang. } \varphi^2$, ou $2 \text{ fin. } 2\psi = \text{fin. } 2\varphi$; mais on peut ſe paſſer de ces équations en ſe ſervant de celle-ci qui en dérive: $\text{fin } 2\varphi = \text{fin. } (2\alpha - 4\psi)$. C'eſt ce que nous allons démontrer.

On a $\text{tang. } \varphi^2 = \text{tang. } \alpha \text{ tang. } \psi$: on aura donc $\text{cof. } \varphi^2 = \frac{\text{cof. } \alpha \text{ cof. } \psi}{\text{cof. } (\alpha - \psi)}$, & $\text{fin. } \varphi^2 = \frac{\text{fin. } \alpha \text{ fin. } \psi}{\text{cof. } (\alpha - \psi)}$. Donc $\text{fin. } \varphi^2 \text{ cof. } \varphi^2 = 4 \text{ fin. } \psi^2 \text{ cof. } \psi^2 = \frac{\text{fin. } \alpha \text{ cof. } \alpha \text{ fin. } \psi \text{ cof. } \psi}{\text{cof. } (\alpha - \psi)^2}$, & par conſéquent $2 \text{ fin. } 2\psi = \frac{\text{fin } 2\alpha}{2 \text{ cof. } (\alpha - \psi)}$.

$= \frac{\text{sin. } 2\alpha}{1 + \text{cos. } 2(\alpha - \psi)}$; d'où l'on tire 2 sin. 2ψ + 2 sin. 2ψ cos. $2(\alpha - \psi) =$ sin. 2α. Mais sin. 2α — sin. $2(\alpha - 2\psi) = 2$ sin. 2ψ cos. $2(\alpha - \psi)$; donc 2 sin. 2ψ — sin. $2(\alpha - 2\psi) = 0$. Donc sin. $2\varphi = 2$ sin. 2ψ = sin. $2(\alpha - 2\psi)$. On obtient par cette équation ou $2\alpha - 4\psi' = 2\varphi'$, ou $4\psi - 2\alpha = 360° - 2\varphi$. La premiere de ces égalités donne $\psi' = \frac{1}{2}(\alpha - \varphi')$, & la seconde $\psi = 90° + \frac{1}{2}(\alpha - \varphi)$.

Quoique la solution de ce Problême soit assez simple, on peut l'abréger considérablement dans tous les cas où la fraction $\frac{2b^3}{a^3}$ est fort petite ; ou, ce qui revient au même, lorsque l'angle α est fort petit : car dans ces cas la plus petite valeur de l'angle φ, que nous avons désignée par φ', devient à fort peu près égale à $\frac{1}{2}\alpha$, & la valeur correspondante ψ' égale à $\frac{1}{4}\alpha$. On aura par conséquent $\varphi = \gamma - \varphi' = \gamma - \frac{1}{2}\alpha$, & $\psi = 90° + \frac{3}{4}\alpha - \frac{1}{2}\gamma$. C'est en faisant l'application de ces principes aux différentes valeurs de la fraction $\frac{b}{a}$, qui peuvent avoir lieu dans les différentes especes de vaisseaux, que j'ai calculé la Table suivante, où l'on trouve la plus grande différence entre l'obliquité de la force poussante, & celle de la route pour chaque espece de vaisseaux.

TABLE.

$\frac{a}{b}$	φ	ψ	$\psi - \varphi$	$n + \varphi$
3,0	29° 46′	77° 14′	47° 28′	42° 32′
3,1	28 50	77 30	48 40	41 20
3,2	27 57	77 46	49 49	40 11
3,3	27 7	78 2	50 55	39 5
3,4	26 21	78 17	51 56	38 4
3,5	25 37	78 32	52 55	37 5
3,6	24 55	78 46	53 51	36 9
3,7	24 15	79 0	54 45	35 15
3,8	23 38	79 14	55 36	34 24
3,9	23 3	79 27	56 24	33 36
4,0	22 29	79 39	57 10	32 50
4,1	21 57	79 51	57 54	32 6
4,2	21 26	80 3	58 37	31 23
4,3	20 56	80 15	59 19	30 41
4,4	20 28	80 26	59 58	30 2
4,5	20 1	80 37	60 36	29 24
4,6	19 36	80 47	61 11	28 49
4,7	19 12	80 57	61 45	28 15
4,8	18 48	81 7	62 19	27 41
4,9	18 25	81 17	62 52	27 8
5,0	18 3	81 26	63 23	26 37
5,1	17 42	81 35	63 53	26 7
5,2	17 22	81 44	64 22	25 38
5,3	17 2	81 52	64 50	25 10
5,4	16 44	82 0	65 16	24 44
5,5	16 26	82 8	65 42	24 18
5,6	16 8	82 15	66 7	23 53

Suite de la Table.

$\frac{a}{b}$	φ	ψ	$\psi - \varphi$	$n + \varphi$
5,7	15° 51′	82° 23′	66° 32′	23 28′
5,8	15 35	82 30	66 55	23 5
5,9	15 20	82 37	67 17	22 43
6,0	15 5	82 44	67 39	22 21
6,1	14 50	82 51	68 1	21 59
6,2	14 36	82 57	68 21	21 39
6,3	14 22	83 3	68 41	21 19
6,4	14 9	83 9	69 0	21 0
6,5	13 56	83 15	69 19	20 41
6,6	13 43	83 20	69 37	20 23
6,7	13 31	83 26	69 55	20 5
6,8	13 19	83 31	70 12	19 48
6,9	13 7	83 37	70 30	19 30
7,0	12 56	83 42	70 46	19 14

On remarquera que l'angle $n = 90 - \psi$, eſt l'angle de l'obliquité des voiles. *Voyez la troiſieme Partie de la Théorie de M. Euler, Chap. IV.* Ainſi cette Table peut être regardée comme un ſupplément de celles que M. Euler a données, *Partie II, Chap. V*, §. 37, *& Partie III, Ch. IV*, §. 32. Il eſt donc aiſé, au moyen de cette Table, d'en conſtruire une autre, où l'on trouve les angles du plus près. Il ne faut, pour cela, qu'ajouter à l'angle $n + \varphi$ trouvé ci-deſſus 11° 15′, la ſomme ſera l'angle du plus près; bien entendu qu'on ſuppoſe que l'obliquité de la direction du vent eſt d'un point. En général, l'angle du plus près ſe trouve pour chaque eſpece de vaiſſeaux, en ajoutant l'obliquité du vent à l'angle $n + \varphi$.

FIN.

608748

TABLE
DES MATIERES.

PREMIERE PARTIE.

Où l'on considere les vaisseaux en équilibre & en repos.

CHAPITRE PREMIER. *Des vaisseaux en général*, page 1
CHAP. II. *Sur la flottaison du vaisseau, ou son état d'équilibre en général*, 6
CHAP. III. *Sur les efforts de l'eau pour arquer le vaisseau*, 10
CHAP. IV. *Sur les trois différentes especes d'équilibre*, 14
CHAP. V. *Sur la maniere de ramener la stabilité à une mesure déterminée*, 18
CHAP. VI. *Sur la détermination de la stabilité des vaisseaux*, 24
CHAP. VII. *Sur le moment de la section d'eau d'un vaisseau*, 34
CHAP. VIII. *Considérations des autres élémens qui entrent dans la détermination de la stabilité*, 43
CHAP. IX. *Sur les moyens de procurer aux vaisseaux un degré suffisant de stabilité*, 50
CHAP. X. *Sur le mouvement de roulis & de tangage des vaisseaux*, 60

Digitized by Google

SECONDE PARTIE.

Où l'on traite de la réſiſtance que les vaiſſeaux rencontrent dans leurs mouvemens progreſſifs, & de l'action du gouvernail.

CHAPITRE PREMIER. *Sur la réſiſtance d'une ſurface plane étant mue dans l'eau,* 68

CHAP. II. *Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans leurs routes directes,* 78

CHAP. III. *Sur la maniere d'eſtimer la réſiſtance d'une proue donnée,* 85

CHAP. IV. *Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans la route oblique, & de la dérive en général,* 95

CHAP. V. *Sur le rapport entre les obliquités de la route d'un vaiſſeau, & de la force pouſſante,* 104

CHAP. VI. *Sur le lieu de l'application de la force pouſſante,* 117

CHAP. VII. *Sur l'action du gouvernail dans la route directe,* 125

CHAP. VIII. *Sur l'action du gouvernail dans les routes obliques,* 138

CHAP. IX. *Sur le mouvement de rotation que l'action du gouvernail imprime aux vaiſſeaux,* 146

TROISIEME PARTIE.

De la mâture & de la manœuvre des vaiſſeaux.

CHAPITRE PREMIER. *Sur les voiles & la force du vent*, 153
CHAP. II. *Sur la mâture des vaiſſeaux, & ſur la forme de la proue, que l'action des voiles exige*, 162
CHAP. III. *Sur le mouvement des vaiſſeaux dans leurs routes directes*, 173
CHAP. IV. *Sur le mouvement des vaiſſeaux dans leurs routes obliques*, 182
CHAP. V. *Sur le plus prompt ſillage des vaiſſeaux, leur route & la direction du vent étant données*, 197
CHAP. VI. *Sur la meilleure manière de louvoyer pour gagner au vent*, 216
CHAP. VII. *Éclairciſſemens ſur les différentes eſpeces de vaiſſeaux*, 227
MÉMOIRE *ſur l'action des rames*, 238
SUPPLÉMENT, 254

Fin de la Table.

EXTRAIT

Fig. 5.

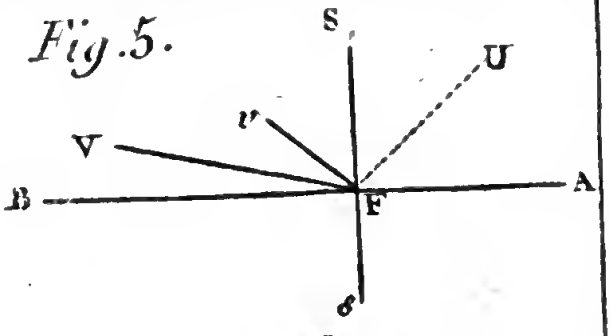


Fig. 6.

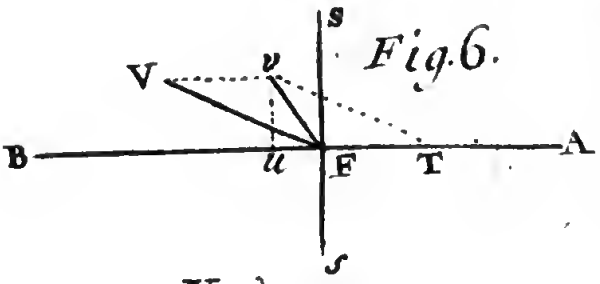
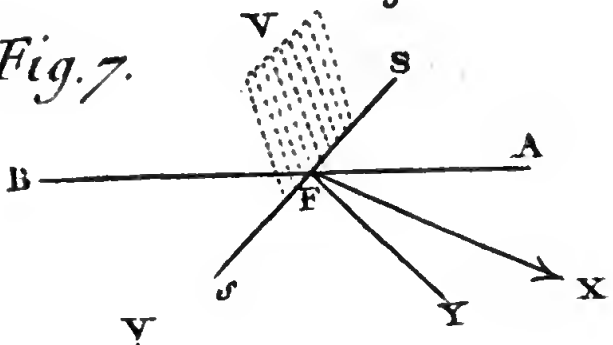


Fig. 7.



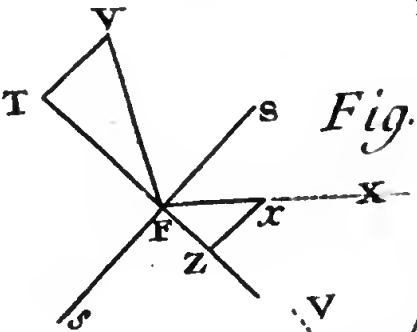


Fig. 8.

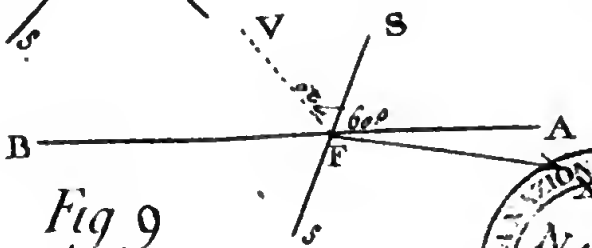


Fig 9

NAPOLI

Fig. 14.

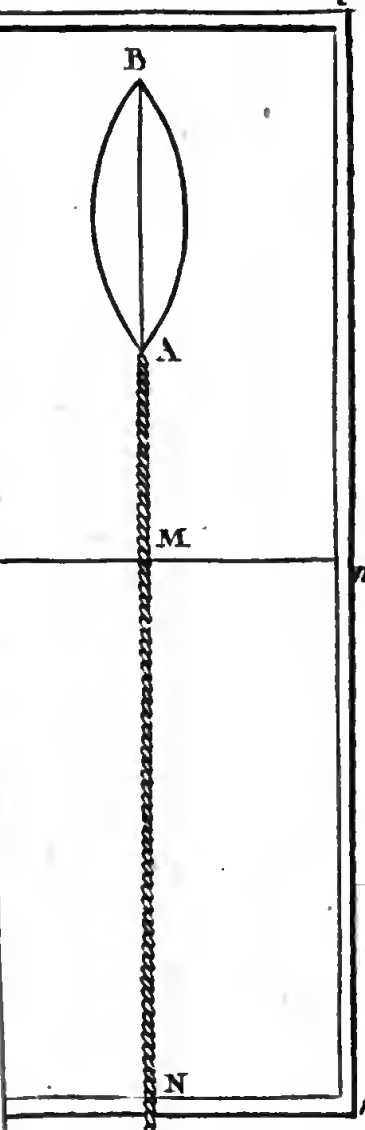
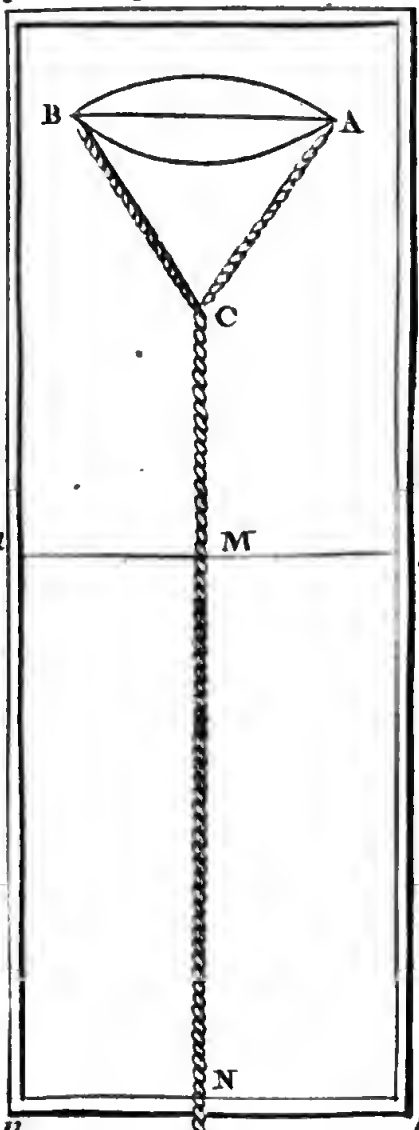


Fig. 15.



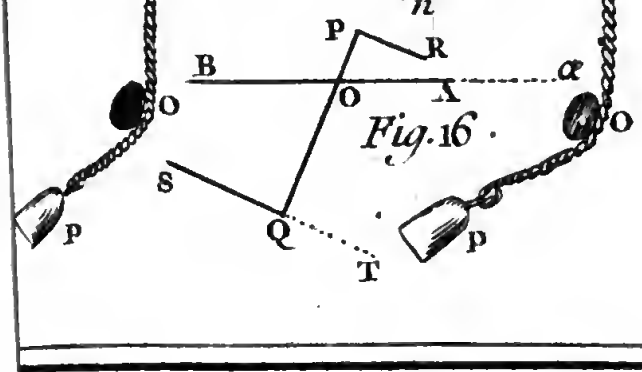


Fig. 16.

NAPOLI
6